Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA
Sorin PELIGRAD

# matematică

## aritmetică
## algebră
## geometrie

**clasa a V-a**

**partea a II-a**

ediția a XIII-a

**mate 2000 – consolidare**

MATE 2000+ Consolidare

Nume: ..........................................................................................

Prenume: ......................................................................................

Clasă: ..........................................................................................

Școală: .........................................................................................

..................................................................................................



EDITURA PARALELA 45
EDUCAȚIONAL

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.*
*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**
**ZAHARIA, MARIA**
**Matematică : aritmetică, algebră, geometrie : clasa a V-a** /
Maria Zaharia, Dan Zaharia, Sorin Peligrad. – Ed. a 13-a. –
Pitești : Paralela 45, 2024 –
vol.
ISBN 978-973-47-4088-8
**Partea 2**. – 2024. – ISBN 978-973-47-4187-8

I. Zaharia, Dan
II. Peligrad, Sorin

51

# Unitatea 1. Fracţii zecimale

## PE-PP 1. Scrierea fracţiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracţii zecimale. Transformarea unei fracţii zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracţie ordinară

### FRACŢIE ORDINARĂ

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{7}$ sunt exemple de fracții ordinare.

Orice **fracție ordinară** se scrie sub forma $\frac{m}{n}$, unde $m, n \in \mathbb{N}$ și $n \neq 0$. Numărul $n$ este **numitorul fracției** și arată că întregul a fost împărțit în $n$ părți egale. O parte dintre cele $n$ părți egale se numește **unitate fracționară**. Numărul $m$ este **numărătorul fracției** și arată câte unități fracționare s-au luat.

### FRACŢIE ZECIMALĂ

În practică cele mai întâlnite unități fracționare sunt: **zecimea**, **sutimea**, **miimea**, **zecimea de miime**, **sutimea de miime**, **milionimea**. Să le definim:

- dacă împărțim un întreg în 10 părți egale, atunci o parte este o **zecime** și este reprezentată de fracția ordinară $\frac{1}{10}$;
- dacă împărțim un întreg în 100 de părți egale, atunci o parte este o **sutime** și este reprezentată de fracția ordinară $\frac{1}{100}$.

La fel se definesc **miimea**, **zecimea de miime**, **sutimea de miime**, **milionimea**.

**Exemplu:** Să considerăm o bară de metal cu lungimea de un metru. Împărțim bara în 10 părți egale, apoi în 100 de părți egale și apoi în 1000 de părți egale.

- o zecime din bară va avea lungimea de 1 dm: $\frac{1}{10}\text{m} = 1\text{ dm}$;
- o sutime din bară va avea lungimea de 1 cm: $\frac{1}{100}\text{m} = 1\text{ cm}$;
- o miime din bară va avea lungimea de 1 mm: $\frac{1}{1000}\text{m} = 1\text{ mm}$.

Să considerăm acum o bară cu lungimea de 12 m 5 dm 7 cm și 9 mm. Să exprimăm lungimea barei în metri:

$$\textbf{lungimea} = 12\text{ m} + \frac{5}{10}\text{m} + \frac{7}{100}\text{m} + \frac{9}{1000}\text{m} = \left(12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}\right)\text{m}.$$

În practică $12 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1000}$ se scrie foarte simplu astfel: 12,579 (citim „doisprezece virgulă cinci sute șapte zeci și nouă”, respectiv „12 întregi 5 zecimi 7 sutimi 9 miimi”) și spunem că este o **fracție zecimală**.

O **fracție zecimală** este formată din **partea întreagă** și **partea zecimală**, despărțite prin virgulă. Prima cifră din stânga virgulei este cifra **unităților**, a doua cifră este cifra **zecilor**, a treia este cifra **sutelor**, apoi urmează cifra **miilor**, **zecilor de mii**, **sutelor de mii**, **milioanelor** ș.a.m.d. În dreapta virgulei prima cifră este cifra **zecimilor**, a doua cifră este cifra **sutimilor**, a treia cifră este cifra **miimilor**, apoi urmează cifra **zecimilor de miimi**, cifra **sutimilor de miimi**, cifra **milionimilor** ș.a.m.d.

**Exemple de fracţii zecimale:** 2571,87379; 0,5; 1,0012; 41,127 etc.

Pentru fracția zecimală 2571,87379 **partea întreagă** este numărul 2571, iar **partea zecimală** este 0,87379.

Pentru fracția zecimală 0,5 **partea întreagă** este numărul 0, iar **partea zecimală** este 0,5.

Pentru fracția zecimală 1,0012 **partea întreagă** este numărul 1, iar **partea zecimală** este 0,0012.

Pentru fracția zecimală 41,127 **partea întreagă** este 41, iar **partea zecimală** este 0,127.

### TRANSFORMAREA UNEI FRACŢII ZECIMALE, CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE, ÎNTR-O FRACŢIE ORDINARĂ

Să transformăm fracția zecimală 12,579 în fracție ordinară. Vom ține cont de egalitatea: $12,579=12+\frac{5}{10}+\frac{7}{100}+\frac{9}{1000}$, de faptul că $12=\frac{12}{1}$ și de egalitățile de fracții ordinare: $\frac{12}{1}=\frac{12000}{1000}$; $\frac{5}{10}=\frac{500}{1000}$; $\frac{7}{100}=\frac{70}{1000}$.

Deci: $12,579=\frac{12000}{1000}+\frac{500}{1000}+\frac{70}{1000}+\frac{9}{1000}=\frac{12579}{1000}$.

Prin urmare: $12,579=\frac{12579}{1000}=\frac{12579}{10^3}$.

## Reţinem!

Orice fracție zecimală finită (care are un număr finit de zecimale) poate fi scrisă ca o fracție ordinară având numărătorul egal cu numărul obținut prin eliminarea virgulei și numitorul o putere a lui zece cu exponentul egal cu numărul de zecimale.

**Exemple:** a) $7,0=\frac{^{(10}70}{10}=\frac{7}{1}=7$; $7,00=\frac{700}{10^2}=\frac{^{(100}700}{100}=\frac{7}{1}=7$.

În acest fel rezultă: $7=7,0=7,00=7,000=...=7,00...0$;

b) $0,1=\frac{1}{10}$; $0,01=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}$; $0,001=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}$;

c) $2,01=\frac{201}{10^2}=\frac{201}{100}$; $0,003=\frac{3}{10^3}=\frac{3}{1000}$; $7,021=\frac{7021}{10^3}=\frac{7021}{1000}$.

### SCRIEREA FRACŢIILOR ORDINARE CU NUMITORI PUTERI ALE LUI 10 SUB FORMĂ DE FRACŢII ZECIMALE

Orice fracție ordinară al cărei numitor se poate descompune într-un produs de puteri ale lui 2 sau ale lui 5 sau ale lui 2 și 5 poate fi scrisă ca o fracție zecimală.

**Exemple:** a) $\frac{17}{20}=\frac{^{5)}17}{2^2\cdot 5}=\frac{17\cdot 5}{(2\cdot 5)^2}=\frac{85}{10^2}=0{,}85$;

b) $\frac{11}{25}=\frac{^{2^2)}11}{5^2}=\frac{11\cdot 2^2}{5^2\cdot 2^2}=\frac{44}{(2\cdot 5)^2}=\frac{44}{10^2}=0{,}44$;

c) $\frac{37}{4}=\frac{^{5^2)}37}{2^2}=\frac{37\cdot 25}{2^2\cdot 5^2}=\frac{925}{(2\cdot 5)^2}=\frac{925}{10^2}=9{,}25$;

d) $\frac{91}{40}=\frac{^{5^2)}91}{2^3\cdot 5}=\frac{91\cdot 5^2}{2^3\cdot 5^3}=\frac{91\cdot 25}{(2\cdot 5)^3}=\frac{2275}{10^3}=2{,}275$.

## Observaţii:

**1.** Dacă numitorul unei fracții ordinare conține în descompunere și alți factori primi diferiți de 2 și 5, atunci acea fracție nu se poate scrie ca o fracție zecimală finită.

**Exemple:** Fracțiile ordinare $\frac{2}{3}$; $\frac{17}{6}$; $\frac{11}{7}$; $\frac{4}{15}$ nu pot fi scrise ca fracții zecimale finite.

**2.** Fracția $\frac{5}{10}=0{,}5$ **se citește** *cinci zecimi* sau *zero virgulă cinci* sau *zero întregi și cinci zecimi*.

Fracția $\frac{123}{10}=12{,}3$ **se citește** *123 zecimi* sau *12 întregi și 3 zecimi* sau *12 virgulă 3*.

Fracția $\frac{21873}{1000}=21{,}873$ **se citește** *21873 miimi* sau *21 întregi și 873 miimi* sau *21 întregi 8 zecimi 7 sutimi 3 miimi* sau *21 virgulă 873*.

**3.** Se pot scrie oricâte zerouri la dreapta unei fracții zecimale, fără ca valoarea fracției să se schimbe.

**Exemplu:** 2,17 = 2,170 = 2,1700 = 2,1700…

**4.** Dacă toate cifrele părții zecimale sunt nule, atunci nici zerourile părții zecimale și nici virgula nu se mai scriu.

**Exemplu:** 21,00 = 21; 42,000 = 42.

**5.** Trebuie făcută distincție între ***cifra*** *zecimilor*, *sutimilor*, *miimilor* și ***numărul*** *zecimilor*, *sutimilor*, *miimilor*.

**Exemplu:** În fracția zecimală 3,25, ***cifra*** *zecimilor* este 2, ***cifra*** *sutimilor* este 5, ***numărul*** *zecimilor* este 32, ***numărul*** *sutimilor* este 325.

**6.** Dacă două *fracții zecimale sunt echivalente* atunci ele se exprimă prin aceeași *fracție zecimală*.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere *

**1.** Scrieți câte trei *fracții ordinare* pentru care *unitatea fracționară* este:

| | | |
|---|---|---|
| a) doimea; | b) treimea; | c) pătrimea; |
| d) cincimea; | e) zecimea; | f) sutimea; |
| g) miimea; | h) zecimea de miime; | i) sutimea de miime. |

**12.** În tabelul de mai jos scrieți numerele: 5,24; 319,102; 25; 12,324; 0,5; 0,31; 14,107 după model:

| Partea întreagă | | | Partea zecimală | | |
|---|---|---|---|---|---|
| sute | zeci | unități | zecimi | sutimi | miimi |
| | | 5 | 2 | 4 | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

**13.** Scrieți sub formă de fracție zecimală:

a) 43 întregi și 12 sutimi; b) 10 întregi și 3 miimi; c) 4 sutimi;
d) 123 întregi și 237 miimi; e) 937 miimi; f) 49 zecimi.

**14.** Scrieți sub formă de fracție zecimală:

a) 2 m și 47 mm; 5 m și 4 cm; 123 cm; 5 mm;

b) 4 $\ell$ și 59 cl; 6 $\ell$ și 4 cl; 17 dl; 8 cl; 123 ml;

c) 5 g și 50 mg; 14 g și 4 cg; 147 mg; 1 kg și 4 mg.

**15.** Scrieți fracțiile cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale:

a) $\frac{4}{10}$; $\frac{17}{10}$; $\frac{143}{10}$; $\frac{2003}{10}$; $\frac{10}{10}$; $\frac{50001}{10}$;

b) $\frac{3}{100}$; $\frac{47}{100}$; $\frac{435}{100}$; $\frac{123}{10^2}$; $\frac{1475}{10^2}$; $\frac{7}{10^2}$;

c) $\frac{7}{1000}$; $\frac{54}{10^3}$; $\frac{147}{10^4}$; $\frac{1437}{1000}$; $\frac{5}{10^5}$; $\frac{43}{10000}$.

**16.** Se dau următoarele fracții zecimale:

11; 2,5; 5,25; 43,75; 125,125.

a) Scrieți fracțiile sub formă de fracții ordinare.
b) Scrieți părțile întregi ale acestor fracții zecimale.
c) Scrieți părțile zecimale ale acestor fracții zecimale.

**17.** a) Scrieți sub formă de fracție zecimală, fracțiile ordinare: $\frac{137}{10}$; $\frac{526}{100}$, $\frac{789}{1000}$, $\frac{11}{1000}$.

b) Scrieți sub formă de fracție ordinară, fracțiile zecimale: 41,05; 12,837; 0,03; 4,007.

**La exercițiile 18-21 încercuiți răspunsul corect.**

**18.** Numărul zecimilor numărului 7,19 este:

A. 7; B. 719; C. 71; D. 1.

**19.** Scrierea corectă a numărului „5 întregi 24 sutimi și 7 zecimi de miimi” este:

A. 5,247; B. 7,47; C. 5,0247; D. 5,2407.

**20.** Cifra sutimilor numărului 431,5207 este:

A. 5; B. 1; C. 2; D. 0.

**21.** Scrierea sub formă de fracție ordinară a fracției zecimale 1,75 este:

A. $\frac{35}{2}$; B. $\frac{7}{4}$; C. $\frac{7}{40}$; D. $\frac{35}{8}$.

# Unitatea 2. Operaţii cu fracţii zecimale (1)

## PE-PP 1. Adunarea fracţiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule

Suma a două fracții zecimale care au un număr finit de zecimale nenule se obține astfel: **se așază fracțiile una sub cealaltă astfel încât partea întreagă să fie sub partea întreagă, virgula sub virgulă, zecimile sub zecimi, sutimile sub sutimi ș.a.m.d. și apoi se însumează după regulile de adunare de la numerele naturale, iar virgula se coboară la rezultat.**

**Exemple:**

**1.** $367,21+17,14=?$

$$\begin{array}{r} 367,21\ + \\ 17,14 \\ \hline 384,35 \end{array}$$

$\Rightarrow 367,21 + 17,14 = 384,35$.

**2.** $405,3+27,94=?$

$$\begin{array}{r} 405,30\ + \\ 27,94 \\ \hline 433,24 \end{array}$$

$\Rightarrow 405,3 + 27,94 = 433,24$.

**Reţinem!**

În scrierea $a + b = s$, unde $a$, $b$, $s$ sunt fracții zecimale, $s$ este **suma fracțiilor zecimale**, iar $a$ și $b$ sunt **termenii sumei**.

Operația prin care se obține suma a două fracții zecimale se numește **adunarea fracțiilor zecimale**.

Adunarea fracțiilor zecimale este **comutativă** și **asociativă**, iar 0 este **element neutru** la adunare.

Astfel, dacă $a$, $b$, $c$ sunt fracții zecimale oarecare, atunci:

$a + b = b + a$; $(a + b) + c = a + (b + c)$; $a + 0 = 0 + a = a$.

**Observaţii:**

**a)** Dacă unul dintre termenii adunării are mai puține zecimale decât celălalt, adăugăm zerouri la finalul părții zecimale, astfel încât ambii termeni să aibă același număr de zecimale. Efectuăm adunarea ca la numerele naturale, de la dreapta la stânga, și așezăm virgula la rezultat sub virgulele termenilor (exemplul 2 de mai sus).

**b)** Adunarea fracțiilor zecimale se poate efectua și astfel: se transformă fracțiile zecimale în fracții ordinare cu același numitor, se efectuează calculele cu fracții ordinare și apoi rezultatul se transformă în fracție zecimală.

**Exemple:** **1.** $5,3+17,9=\frac{53}{10}+\frac{179}{10}=\frac{232}{10}=23,2.$

**2.** $15,3+1,97={}^{10)}\frac{153}{10}+\frac{197}{100}=\frac{1530}{100}+\frac{197}{100}=\frac{1727}{100}=17,27.$

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere *

**1.** Efectuați calculele:

a) 5,2 + 3,6; b) 26,3 + 54,7; c) 1,23 + 5,77;
d) 31,24 + 413,2; e) 47 + 43,5; f) 124,53 + 41,47.

**2.** Calculați:

a) 752 + 23,5; b) 118,25 + 45,75; c) 317 + 124,3;
d) 1325 + 831,41; e) 756,83 + 23,17; f) 398 + 152,4.

**3.** Efectuați operațiile de mai jos:

a) 7,5 + 4,22; b) 8,56 + 41,18; c) 4 + 5,7; d) 7,6 + 320;
e) 3,53 + 123; f) 4,52 + 7,215; g) 156,72 + 461,5; h) 0,24 + 37,13.

**4.** Calculați:

a) 24,01 + 1,1; b) 10,7 + 0,12 + 128,18;
c) 2,02 + 0,202 + 7,778; d) 1 + 2,5 + 0,17 + 11,003 + 0,327;
e) 1,001 + 171,11 + 16,879 + 111,01; f) 1911 + 4,75 + 71,9 + 12,35.

**5.** Efectuați operațiile de mai jos:

a) 1,41 + 3,44; b) 3,07 + 11,03; c) 3,7 + 4,85;
d) 4,721 + 0,869; e) 42,107 + 17,209; f) 89,515 + 11,065.

## PE Aplicare și exersare **

**6.** Calculați:

a) 54 + 32,71 + 43,38 + 21,273 + 91,107 + 0,117 + 17,01 + 45,103;
b) 2,1145 + 2,03 + 2,003 + 9,996 + 8,778 + 143,5 + 1,435 + 0,1435;
c) 17 + 134,514 + 4,1 + 171,656 + 58,103 + 4,917 + 29,70 + 0,01.

**7.** Determinați aproximările prin lipsă și prin adaos cu o eroare mai mică decât o sutime pentru următoarele sume:

a) 52,102 + 27,205 + 18,310 + 36,278;
b) 10,134 + 92,001 + 71,12 + 34,508 + 43;
c) 6,4 + 8,2 + 0,369 + 2,072 + 11,0322 + 7,281.

**8.** Determinați rotunjirile până la cea mai apropiată sutime pentru sumele:

a) 12,380 + 20347,45 + 0,7 + 0,0135 + 0,023;
b) 456,81 + 172,54 + 0,131 + 537,07 + 7,03;
c) 93,34 + 121,565 + 100 + 2,734 + 7,154.

**9.** Efectuați calculele și determinați aproximarea prin adaos la sutimi a rezultatului obținut:

a) 24,103 + 15,073 + 0,14; b) 3,7 + 0,59 + 124,309;
c) 124,3 + 7 + 23,14 + 0,105; d) 10 + 101,43 + 14,507 + 17,29.

**10.** La un magazin erau 137,42 kg de portocale și s-au mai adus 62,58 kg de portocale. Calculați cantitatea de portocale din magazin.

**11.** La o cantină s-au adus 124,57 kg de cartofi, 7,33 kg de ceapă și 31 kg de morcovi. Precizați cantitatea de legume adusă la cantină.

## PE Aprofundare și performanță ***

**12.** Determinați cifrele necunoscute din fiecare egalitate:

a) $\overline{x,y}+\overline{y,x}=5,5$; b) $\overline{x,0y}+\overline{0,xy}=2,26$;
c) $\overline{x,x}+\overline{xx,x}=36,6$; d) $\overline{x,y}+\overline{1x,y}=16,6$.

**13.** Determinați fracția zecimală cu 42,75 mai mare decât:

a) 54,57; b) 301,01; c) 0,3; d) 0,25; e) 1,29; f) $\frac{11}{10^0}$; g) $\frac{3}{10^3}$; h) $\frac{1475}{10^2}$.

## PE-PP 3. Împărţirea unei fracţii zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul. Împărţirea a două fracţii zecimale cu un număr finit de zecimale nenule

### 3.1. ÎMPĂRŢIREA UNEI FRACŢII ZECIMALE CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE LA 10, 100, 1000

Efectuăm împărțirile:

a) $21{,}3 : 10 = \frac{213}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{213}{100} = 2{,}13$ și $21{,}3 \cdot 0{,}1 = 2{,}13$;

b) $21{,}3 : 100 = \frac{213}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{213}{1000} = 0{,}213$ și $21{,}3 \cdot 0{,}01 = 0{,}213$;

c) $21{,}3 : 1000 = \frac{213}{10} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{213}{10000} = 0{,}0213$ și $21{,}3 \cdot 0{,}001 = 0{,}0213$.

**Observaţie:** A împărți o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule la o putere a lui 10, de exemplu $10^n$, înseamnă a înmulți acea fracție cu $0,\underbrace{00...01}_{n \text{ cifre}}$.

Fracția obținută ca rezultat are aceleași cifre ca fracția inițială, doar că are cu $n$ zecimale mai multe decât cea inițială.

**Reţinem!**

Pentru **a împărți o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule la o putere a lui 10**, se mută virgula de la dreapta spre stânga peste un număr de zecimale egal cu exponentul lui 10.

Dacă numărul zecimalelor fracției inițiale este mai mic decât exponentul lui 10, atunci se completează cu zerouri.

**Exemple:**

a) $537{,}21 : 10 = 537{,}21 : 10^1 = 53{,}721$;
b) $537{,}21 : 100 = 537{,}21 : 10^2 = 5{,}3721$;
c) $537{,}21 : 1000 = 537{,}21 : 10^3 = 0{,}53721$;
d) $537{,}21 : 100000 = 537{,}21 : 10^5 = 0{,}0053721$.

### 3.2. ÎMPĂRŢIREA UNEI FRACŢII ZECIMALE CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE LA UN NUMĂR NATURAL NENUL

Pentru a calcula:

a) $12{,}5 : 5$, putem considera că avem de calculat 125 de zecimi împărțit la 5 și obținem $125 : 5 = 25$ de zecimi, adică 2,5 și $12{,}5 : 5 = 2{,}5$;

b) $1{,}25 : 5$, putem considera că avem de calculat 125 de sutimi împărțit la 5 și obținem $125 : 5 = 25$ de sutimi, adică 0,25 și $1{,}25 : 5 = 0{,}25$;

c) $0{,}125 : 5$, putem considera că avem de calculat 125 de miimi împărțit la 5 și obținem $125 : 5 = 25$ de miimi, adică 0,025 și $0{,}125 : 5 = 0{,}025$.

Procedeul de împărțire a unei fracții zecimale la un număr natural nenul este asemănător celui de împărțire a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală.

**Exemple:**

**1.**

```
7 1, 5 2 | 3
6        | 2 3, 8 4
1 1
  9
= 2 5
  2 4
  = 1 2
    1 2
    = =
```

71,52 : 3 = 23,84;

**2.**

```
1 2 7, 5 0 0 | 4
1 2          | 3 1, 8 7 5
= = 7
    4
    3 5
    3 2
    = 3 0
      2 8
      = 2 0
        2 0
        = =
```

127,5 : 4 = 31,875.

## Observaţii:

**a)** La exemplul al doilea am adăugat două zerouri la partea zecimală a deîmpărțitului, pentru a finaliza împărțirea.

**b)** La împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural putem obține o fracție zecimală finită sau o fracție zecimală periodică.

## Reţinem!

Pentru **a împărți o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul**, se împarte mai întâi partea întreagă la numărul dat, se scrie virgula la cât și apoi se continuă împărțirea ca la numerele naturale, fără a se ține cont de virgula de la deîmpărțit, adăugând zerouri la deîmpărțit, dacă este necesar.

## 3.3. ÎMPĂRŢIREA A DOUĂ FRACŢII ZECIMALE CU UN NUMĂR FINIT DE ZECIMALE NENULE

Pentru a calcula:

a) 28,16 : 3,2, înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10, astfel încât împărțitorul să devină număr natural. În cazul nostru înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu 10, adică mutăm virgula peste o cifră spre dreapta atât la deîmpărțit, cât și la împărțitor, și apoi efectuăm 281,6 : 32, după regula învățată la împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul (exemplul 1).

b) 7,25 : 0,04, înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu o putere a lui 10, astfel încât împărțitorul să devină număr natural. În cazul nostru înmulțim deîmpărțitul și împărțitorul cu $10^2 = 100$, adică mutăm virgula peste două cifre spre dreapta atât la deîmpărțit, cât și la împărțitor, și apoi efectuăm 725 : 4, după regula împărțirii a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală (exemplul 2).

**Exemple:**

**1.**

```
2 8 1, 6 | 3 2
2 5 6    | 8, 8
= 2 5 6
  2 5 6
  = = =
```

28,16 : 3,2 = 281,6 : 32 = 8,8;

**2.**

```
7 2 5, 0 0 | 4
4          | 1 8 1, 2 5
3 2
3 2
= = 5
    4
    1 0
      8
    = 2 0
      2 0
      = =
```

7,25 : 0,04 = 725 : 4 = 181,25.

**Reţinem!**

Pentru a împărți două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule, înmulțim ambele fracții zecimale cu $10^n$, unde $n$ este numărul de zecimale ale împărțitorului, după care împărțim numerele obținute conform regulilor învățate la împărțirea unui număr zecimal la un număr natural.

Calculăm:
a) $27,3 : 0,1 = 273 : 1 = 273 = 27,3 \cdot 10$;
b) $671,56 : 0,01 = 67156 : 1 = 67156 = 671,56 \cdot 100$;
c) $34,5182 : 0,001 = 34518,2 : 1 = 34518,2 = 34,5182 \cdot 1000$.

**Observaţii:**

**a)** A împărți o fracție zecimală la 0,1 sau la 0,01 sau la 0,001 este echivalent cu a înmulți fracția respectivă cu 10, 100, 1000.

**b)** Definirea împărțirii fracțiilor zecimale permite completarea regulilor de calcul cu puteri cu alte două reguli:

**Reguli de calcul cu puteri:**

**1.** *Împărțirea puterilor care au aceeași bază:*

$a^m : a^n = a^{m-n}$ (se scrie baza și se scad exponenții).

**Exemplu:** $(0,2)^7 : (0,2)^3 = (0,2)^{7-3} = (0,2)^4 = 0,0016$.

**2.** *Puterea unui cât:*

$(a : b)^m = a^m : b^m$ (se ridică la putere fiecare factor al câtului).

**Exemplu:** $(0,75 : 0,5)^2 = (0,75)^2 : (0,5)^2 = 0,5625 : 0,25 = 2,25$.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere *

**1.** Efectuați următoarele operații:

| | | |
|---|---|---|
| a) 15,4 : 10; | 7,125 : 10; | 123 : 10; |
| b) 15,4 : 100; | 7,125 : $10^2$; | 123 : 100; |
| c) 15,4 : $10^3$; | 7,125 : 1000; | 123 : 1000. |

**2.** Calculați cu două zecimale exacte și faceți proba:

| | | |
|---|---|---|
| a) 137 : 5; | b) 147 : 12; | c) 4125 : 6; |
| d) 715 : 7; | e) 431 : 24; | f) 2157 : 132. |

**3.** Efectuați împărțirile de mai jos cu două zecimale exacte și faceți proba:

| | | |
|---|---|---|
| a) 210,52 : 72; | b) 51,87 : 63; | c) 7651 : 5; |
| d) 0,43 : 43; | e) 857,16 : 24; | f) 481,14 : 11. |

**4.** Efectuați următoarele împărțiri cu trei zecimale exacte și faceți proba:

| | | |
|---|---|---|
| a) 435,42 : 31; | b) 1549 : 25,3; | c) 1700,34 : 7,1; |
| d) 45,7 : 1,29; | e) 7517,3 : 0,97; | f) 739,37 : 4,12. |

**5.** Efectuați împărțirile ce urmează cu două zecimale și faceți proba:

| | | |
|---|---|---|
| a) 0,127 : 3,4; | b) 2,97 : 0,12; | c) 19,37 : 0,03; |
| d) 11,46 : 2,8; | e) 43,17 : 34,1; | f) 1,17 : 1,2. |

## PE-PP 6. Recapitulare şi sistematizare prin teste

### ✹ TESTUL 1 ✹

**I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.**

*(0,5p)* **1.** Numărul rațional pozitiv $\frac{75}{100}$ scris sub formă de fracție ordinară ireductibilă este egal cu ..........................................................................................................

*(0,5p)* **2.** Orice fracție ordinară se poate scrie în mod unic ca fracție zecimală .................. sau ca fracție zecimală .................... sau ca fracție zecimală .............................

*(0,5p)* **3.** Dacă numitorul unei fracții zecimale ireductibile se divide doar la puteri ale lui 2 sau la puteri ale lui 5 sau la puteri ale lui 2 și 5, atunci aceasta se scrie sub formă de fracție zecimală ..........................................................................................

**II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.**

*(0,5p)* **1.** Fracția ordinară ireductibilă care reprezintă numărul rațional 4,(27) este:

A. $\frac{45}{11}$; B. $\frac{47}{11}$; C. $\frac{37}{9}$; D. $\frac{77}{19}$.

*(0,5p)* **2.** Dacă media aritmetică a numerelor $a$ şi $b$ este 20,5, media aritmetică a numerelor $b$ și $c$ este 40 și media aritmetică a numerelor $a$ și $c$ este 36,5, atunci media aritmetică a numerelor $a$, $b$ și $c$ este egală cu:

A. 32,(3); B. 33,(2); C. 32,5; D. 33,5.

*(0,5p)* **3.** Scrierea ca fracție zecimală a fracției ordinare $\frac{73}{6}$ este:

A. 12,(16); B. 12,16; C. 12,(6); D. 12,1(6).

**III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.**

*(0,5p)* **1.** Fracția ordinară $\frac{14}{35}$ se transformă în fracție zecimală finită. ☐

*(0,5p)* **2.** Între numerele raționale 3,1(3) și $\frac{23}{3}$ sunt 3 numere naturale. ☐

*(0,5p)* **3.** Există numere raționale care nu sunt numere naturale. ☐

**IV. Uniți, prin săgeți, fiecare operație aflată în coloana din stânga cu rezultatul corespunzător aflat în coloana din dreapta.**

| A | B |
|---|---|
| *(0,5p)* **1.** $2{,}5 - 0{,}96 \cdot (3{,}5 - 0{,}375) : 1{,}2 =$ | a) 0,9(6); |
| *(0,5p)* **2.** $\left[\left(\frac{5}{22}+\frac{2}{11}\right)\cdot\frac{11}{3}+\frac{11}{12}\right]:\frac{5}{2} =$ | b) 0; |
| *(0,5p)* **3.** $1{,}(6) \cdot \left[\frac{5}{2}-\frac{15}{4}:4{,}1(6)\right] =$ | c) 2,(6); |
| | d) 1,(3). |

**V. Scrieți rezolvările complete.**

*(1,5p)* **1.** Determinați, în fiecare caz, numărul natural $n$ pentru care fracțiile:

a) $\frac{n+1}{10}$ și $\frac{1}{2}$, b) $\frac{n}{27}$ și $\frac{3}{n}$, c) $\frac{5}{3}$ și $\frac{35}{n+19}$

reprezintă același număr rațional.

*(1,5p)* **2.** Scrieți:

a) trei numere raționale pozitive care nu sunt numere naturale;

b) trei numere raționale pozitive care să fie numere naturale;

c) numărul de $\frac{3}{7}$ ori mai mic decât numărul $[0{,}16 + 0{,}(16)] : 0{,}28 : 0{,}(02) - \frac{2}{7}$.

## TESTUL 2

**I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.**

*(0,5p)* **1.** Numărul rațional pozitiv $\frac{24}{72}$ scris sub formă de fracție zecimală este ............... .

*(0,5p)* **2.** Dacă înmulțim și deîmpărțitul, și împărțitorul cu același număr natural nenul, atunci rezultatul împărțirii ........................................................................... .

*(0,5p)* **3.** Dacă numitorul unei fracții ordinare ireductibile se divide cel puțin la unul din numerele 2 sau 5 și la cel puțin alt număr prim, atunci aceasta se scrie sub formă de fracție zecimală ................................................................................... .

**II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.**

*(0,5p)* **1.** Fracția ordinară ireductibilă care reprezintă numărul rațional 1,2(7) este:

A. $\frac{23}{19}$; B. $\frac{19}{17}$; C. $\frac{29}{23}$; D. $\frac{23}{18}$.

*(0,5p)* **2.** Se dă fracția zecimală 4,21(3). Suma primelor 100 de zecimale ale fracției este:

A. 295; B. 297; C. 299; D. 300.

*(0,5p)* **3.** Rezultatul calculului 40,5 : 4,5 este egal cu:

A. 3; B. 6; C. 9; D. 12.

**III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă.**

*(0,5p)* **1.** Fracția ordinară $\frac{14}{49}$ se transformă în fracție zecimală periodică simplă. ☐

*(0,5p)* **2.** Două numere raționale sunt egale dacă și numai dacă fracțiile ordinare prin care se reprezintă sunt fracții echivalente. ☐

*(0,5p)* **3.** Orice număr rațional este număr natural. ☐

# Unitatea 4. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor. Organizarea datelor

## PE-PP 1. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracţii în care intervin şi unităţi de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp şi unităţi monetare

### METODA REDUCERII LA UNITATE

**Metoda reducerii la unitate** se aplică problemelor în rezolvarea cărora trebuie să folosim o etapă intermediară în care aflăm cât valorează unitatea.

**Problema 1.** Mihai cumpără 7 creioane, pentru care plătește 12,60 lei. Cât ar fi plătit dacă ar fi cumpărat numai 3 creioane?

**Rezolvare:** Pentru un creion, Mihai plătește de 7 ori mai puțin, adică:

$$12{,}60 : 7 = 1{,}80 \text{ lei.}$$

Prin urmare, pentru 3 creioane va plăti de 3 ori mai mult, adică:

$$1{,}80 \cdot 3 = 5{,}40 \text{ lei.}$$

**Observaţie:** Rezolvarea poate fi redată astfel:

7 creioane ................................................ 12,60 lei
1 creion ............................... 12,60 lei : 7 = 1,80 lei
3 creioane .............................. 1,80 lei · 3 = 5,40 lei

**Problema 2.** Trei robinete de același tip umplu un rezervor în 2 ore și 18 minute. În cât timp se umple rezervorul dacă sunt deschise numai două robinete de același tip?

**Rezolvare:** Dacă este deschis un singur robinet, timpul de umplere va fi de 3 ori mai mare, adică:

$$3 \cdot (2 \text{ ore și } 18 \text{ min}) = 6 \text{ ore și } 54 \text{ min.}$$

Dacă se deschid două robinete, timpul de umplere va fi de 2 ori mai mic, adică:

$$(6 \text{ ore și } 54 \text{ min}) : 2 = 3 \text{ ore și } 27 \text{ min.}$$

**Observaţie:** Rezolvarea poate fi redată astfel:

3 robinete ........................................................ 2 ore și 18 min
1 robinet ........................... 3 · (2 ore și 18 min) = 6 ore și 54 min
2 robinete .......................... (6 ore și 54 min) : 2 = 3 ore și 27 min

**Reţinem!**

Un aspect foarte important în aplicarea metodei este stabilirea dependenței între mărimi:

1. mărimile sunt direct proporționale, dacă mărimile cresc sau descresc, în același timp, de același număr de ori;
2. mărimile sunt invers proporționale, dacă o mărime crește și cealaltă descrește, în același timp, de același număr de ori.

**Exemple:**

1. Crește numărul de creioane cumpărate, crește suma pe care o plătește.
   Scade numărul de creioane, scade suma pe care o plătește.
2. Crește numărul de robinete, scade timpul de umplere a rezervorului.
   Scade numărul de robinete, crește timpul de umplere a rezervorului.

Nume ________________________________________ Clasa ___________

PE

## Test de autoevaluare

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.*

**I. Completați pe fișa de evaluare spațiile punctate cu răspunsul corect. (2 puncte)**

*(0,5p)* **1.** Dacă 3 caiete costă 13,5 lei, atunci un caiet costă ..........................................lei.

*(0,5p)* **2.** Dacă două tractoare ară o suprafață de teren în 1,2 ore, atunci patru tractoare vor ara aceeași suprafață de teren în ..........................................................minute.

*(0,5p)* **3.** Diferența a două numere raționale pozitive este 18,7, iar suma lor este 50. Cel mai mare dintre numere este ....................................................................................

*(0,5p)* **4.** Mihai și Alexandra au împreună 10 ani. În urmă cu un an, vârsta lui Mihai reprezenta o treime din vârsta Alexandrei. Peste 10 ani, Alexandra va avea ...........ani.

**II. Încercuiți pe fișă doar răspunsul corect, știind că numai unul dintre cele patru răspunsuri este corect. (2 puncte)**

*(0,5p)* **1.** Mihai are 137,50 lei. Cheltuie o parte din bani și constată că mai are 87,50 lei. Mihai a cheltuit:

A. 50 lei; B. 225 lei; C. 112 lei; D. 115 lei.

*(0,5p)* **2.** Mihaela cumpără un creion și trei caiete și plătește 15,50 lei. Dacă Mihaela ar cumpăra două creioane și șase caiete, ea ar plăti:

A. 23,25 lei; B. 27 lei; C. 38,5 lei; D. 31 lei.

*(0,5p)* **3.** Pentru 3 garoafe, 3 lalele și 3 trandafiri se plătesc 34,50 lei. Dacă 2 garoafe împreună cu 2 lalele costă 12 lei, atunci 1 trandafir costă:

A. 6,5 lei; B. 5,5 lei; C. 7 lei; D. 5 lei.

*(0,5p)* **4.** Un kilogram de banane costă de trei ori mai mult decât un kilogram de mere. Alina cumpără un kilogram de banane și trei kilograme de mere. Dacă un kilogram de banane costă 7,50 lei, atunci Alina plătește pentru cumpărăturile făcute:

A. 17,50 lei; B. 12,50 lei; C. 15 lei; D. 22 lei.

**III. Uniți prin săgeți fiecare enunț, aflat în coloana din stânga, cu răspunsul corespunzător, aflat în coloana din dreapta. (2 puncte)**

| | A | B |
|---|---|---|
| *(0,5p)* | a) Dacă $3 \cdot (x - 1{,}5) - 2{,}4 = 9{,}6$, atunci $x =$ | 1) 1,7; |
| *(0,5p)* | b) Dacă $(8{,}9 - 2 \cdot x) : 0{,}3 = 6$, atunci $x =$ | 2) 3,55; |
| *(0,5p)* | c) Dacă $\left[\frac{1}{2} + \left(x - \frac{4}{5}\right) : 3\right] \cdot 10 = 8$, atunci $x =$ | 3) 0,(3); |
| *(0,5p)* | d) Dacă $\frac{1}{2} + \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 1{,}5 = 0{,}75$, atunci $x =$ | 4) 5,5; |
| | | 5) 0,(6). |

**La problemele IV și V scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete.** **(3 puncte)**

*(1,5p)* **IV.** Un floricultor a plantat pe un teren lalele astfel: pe 50% din teren a plantat lalele roșii, pe 0,(3) din rest a plantat lalele albe, pe $\frac{1}{4}$ din suprafața rămasă a plantat lalele roz, iar pe restul terenului de 942 $m^2$ a plantat lalele galbene. Calculați suprafața:

a) cultivată cu lalele roz;

b) cultivată cu lalele albe;

c) întregului teren.

*(1,5p)* **V.** Bunica Laviniei a cumpărat de la piață 20 de borcane cu suc de roșii, unele de 300 g și altele de 800 g. Aflați câte borcane au fost de 300 g, dacă în total a cumpărat 8,5 kg de suc de roșii.

| Subiectul | I.1 | I.2 | I.3 | I.4 | II.1 | II.2 | II.3 | II.4 | III. | IV. | V. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punctajul | | | | | | | | | | | |
| **Nota** | | | | | | | | | | | |

# FRACȚII ZECIMALE

**1**

TRANSFORMAREA DIN:
- FRACȚIE ORDINARĂ CU NUMITORUL PUTERE A LUI 10 ÎN FRACȚIE ZECIMALĂ
- FRACȚIE ZECIMALĂ FINITĂ ÎN FRACȚIE ORDINARĂ

**2**

- APROXIMĂRI
- COMPARAREA ȘI ORDONAREA
- REPREZENTAREA PE AXA NUMERELOR

**3**

- ADUNAREA FRACȚIILOR ZECIMALE FINITE
- SCĂDEREA FRACȚIILOR ZECIMALE FINITE
- ÎNMULȚIREA FRACȚIILOR ZECIMALE FINITE

**4**

ÎMPĂRȚIREA:
- A DOUĂ NUMERE NATURALE CU REZULTAT FRACȚIE ZECIMALĂ
- UNEI FRACȚII ZECIMALE FINITE LA UN NUMĂR NATURAL
- A DOUĂ FRACȚII ZECIMALE FINITE

**5**

TRANSFORMAREA UNEI:
- FRACȚII ORDINARE ÎNTR-O FRACȚIE ZECIMALĂ
- FRACȚII ZECIMALE PERIODICE ÎNTR-O FRACȚIE ORDINARĂ

**6**

- MEDIA ARITMETICĂ A DOUĂ SAU MAI MULTOR NUMERE NATURALE

**7**

- NUMĂR RAȚIONAL POZITIV
- ORDINEA EFECTUĂRII OPERAȚIILOR CU NUMERE RAȚIONALE POZITIVE

**8**

- METODE ARITMETICE PENTRU REZOLVAREA PROBLEMELOR CU FRACȚII ÎN CARE INTERVIN ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ PENTRU LUNGIME, ARIE, VOLUM, CAPACITATE, MASĂ, TIMP ȘI UNITĂȚI MONETARE

**9**

ORGANIZAREA DATELOR
- ORGANIZAREA ȘI COLECTAREA DATELOR STATISTICE; FRECVENȚĂ
- GRAFICE CU BARE; GRAFICE CU LINII; GRAFICE CIRCULARE
- MEDIA UNUI SET DE DATE STATISTICE

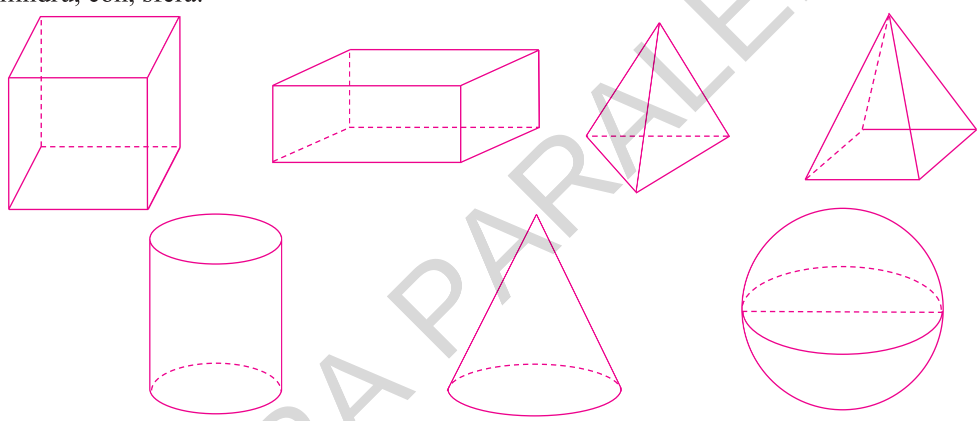
# Unitatea 1. Noţiuni de bază

## PE-PP 1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment (descriere, reprezentare, notaţii)

***Geometria*** este una dintre cele mai vechi științe. Cuvântul „geometrie” este de origine greacă: *geo* = „pământ”; *metron* = „măsură”, deci ar însemna măsurarea pământului. Prin urmare, geometria a fost dezvoltată pentru a înțelege mai bine realitatea înconjurătoare.

Cele mai simple **noțiuni geometrice** sunt: punctul, dreapta și planul.

Principalul mijloc de reprezentare a noțiunilor geometrice pe foaia caietului sau pe tabla clasei în care învățăm este desenul. Se obțin în acest fel **figuri geometrice**. Instrumentele folosite pentru desenarea figurilor geometrice sunt: **rigla** (gradată și negradată), **compasul**, **echerul** și **raportorul**. De exemplu, figurile geometrice desenate mai jos reprezintă următoarele noțiuni geometrice: cub, paralelipiped dreptunghic, tetraedru, piramidă, cilindru, con, sferă.



Aceste noțiuni geometrice au în realitatea înconjurătoare câte un corespondent care este un obiect (corp) al spațiului fizic în care trăim.

În geometrie, **punctele se notează cu litere mari de tipar**: $A$, $B$, $C$, ..., **dreptele cu litere mici**: $a$, $b$, $c$, ..., iar **planele cu litere grecești**: $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, … .

Uneori aceste litere sunt afectate de câte un indice inferior (exemple: $A_1$, $d_2$, $\alpha_3$, ...[*]) sau de câte un indice superior (exemple: $A'$, $d''$, $\alpha''$, ... [†]).

Noțiunile punct, dreaptă, plan vor fi reprezentate după cum urmează (figura a)):

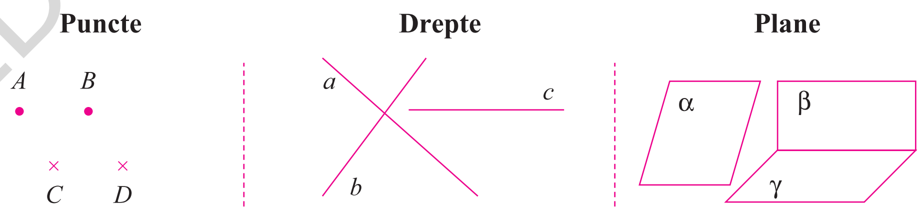



*Fig. a)*

[*] Citim: *A unu, d doi, alfa trei, ...*
[†] Citim: *A prim, d secund, alfa secund, ...*

Vom privi dreptele și planele ca **mulțimi de puncte** (figurile b) și c)).

Orice **figură geometrică** este văzută ca o **mulțime de puncte**. De exemplu, un triunghi este o mulțime de puncte (figura d)).

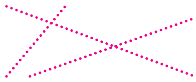


*Fig. b)*



*Fig. c)*

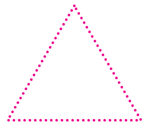
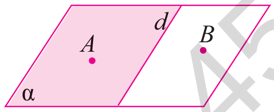


*Fig. d)*

• Se consideră un plan α, o dreaptă *d* situată în planul α și punctele *A* și *B* situate în planul α, de o parte și de alta a dreptei *d*, ca în figura alăturată.




Toate punctele *M* din planul α, situate de aceeași parte a dreptei *d* ca și punctul *A*, formează **semiplanul mărginit de dreapta *d*, care conține punctul *A***.

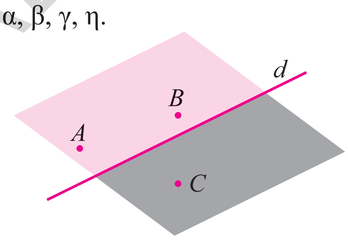
Toate punctele *N* din planul α, situate de aceeași parte a dreptei *d* ca și punctul *B*, formează **semiplanul mărginit de dreapta *d*, care conține punctul *B***.

Dreapta *d*, care separă planul α în două regiuni numite semiplane, este **frontiera** celor două semiplane.

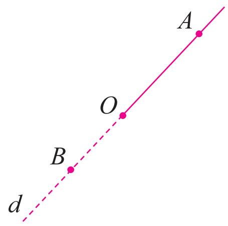
Cele două semiplane se vor nota *dA* (semiplanul limitat de dreapta *d* și care conține punctul *A*) și *dB* (semiplanul limitat de dreapta *d* și care conține punctul *B*).

Semiplanele, ca și planele, se pot nota cu litere grecești: α, β, γ, η.

În figura alăturată, punctele *A* și *C*, respectiv *B* și *C* sunt situate **de o parte și de alta a dreptei *d***. Observăm că punctele *A* și *C*, respectiv *B* și *C* sunt situate în **semiplane diferite delimitate de dreapta *d***. În acest caz, se mai spune că **dreapta *d* separă punctele *A* și *C***, respectiv că **dreapta *d* separă punctele *B* și *C***.




• Se consideră o dreaptă *d*, un punct *O* situat pe această dreaptă și două puncte, *A* și *B*, situate de o parte și de alta a punctului *O*, ca în figura alăturată.

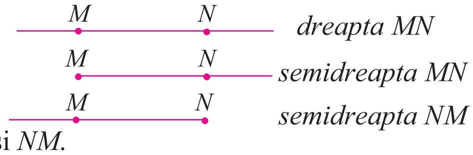



Toate punctele *M* ale dreptei *d*, situate de aceeași parte față de punctul *O*, formează o semidreaptă cu originea în *O*.

## Observații:

• Orice punct situat pe o dreaptă este originea a două semidrepte. Punctul *O* de pe dreapta *d* este originea semidreptei notate *OA*, numită **semidreapta cu originea în punctul *O* care conține punctul *A***, și este originea semidreptei notate *OB*, numită **semidreapta cu originea în punctul *O* care conține punctul *B***.

• Dreapta *d* este **dreapta-suport** a celor două semidrepte.




Pentru a înțelege cât mai bine noțiunea de semidreaptă, analizăm cu atenție figura alăturată.

Dreapta *MN* este suportul semidreptelor *MN* și *NM*.

• Două semidrepte se numesc **semidrepte opuse** dacă au aceeași origine, aceeași dreaptă-suport și nu au puncte comune, exceptând originea (figura alăturată).

• Două semidrepte se numesc **semidrepte identice** sau **confundate**, dacă sunt îndeplinite simultan următoarele condiții:
– sunt situate pe aceeași dreaptă;
– au aceeași origine;
– au toate punctele comune.

• **Segmentul de dreaptă** este mulțimea tuturor punctelor unei drepte situate între două puncte distincte ale dreptei. Cele două puncte sunt **extremitățile** sau **capetele** segmentului.

• Pentru a realiza o figură geometrică avem nevoie de instrumente geometrice: riglă (gradată sau negradată), echer, raportor și compas.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere *

**1.** Care sunt noțiunile geometrice fundamentale?

**2.** Cum se notează în geometrie punctele, dreptele și planele?

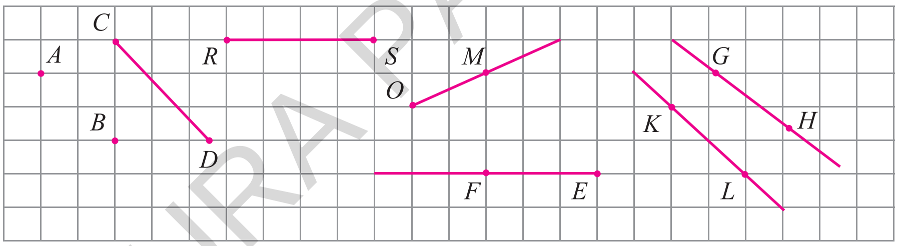
**3.** Desenați și notați corespunzător:
a) patru puncte; b) trei drepte; c) două plane.

**4.** Ce este o figură geometrică?

**5.** De ce instrumente aveți nevoie pentru a desena o figură geometrică?

**6.** Desenați două puncte $M$ și $N$ și apoi desenați segmentul care are ca extremități punctele $M$ și $N$.

**7.** a) Desenați în caiet figura de mai jos.
b) Numiți punctele, dreptele, semidreptele și segmentele din figura de mai jos.




### PE Aplicare și exersare **

**8.** Desenați o dreaptă $CD$. Colorați semidreptele $CD$ și $DC$ și stabiliți ce formează punctele comune celor două semidrepte.

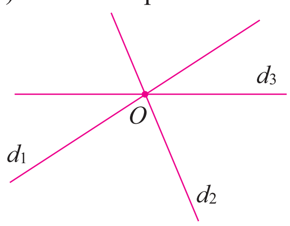
**9.** Desenați două segmente $MN$ și $PQ$, astfel încât să nu aibă puncte comune, iar dreptele $MN$ și $PQ$ să coincidă.

**10.** Desenați două semidrepte $AB$ și $CD$ care să aibă:
a) un punct comun; b) un segment comun; c) o semidreaptă comună.

**11.** Se consideră trei puncte $M$, $N$, $P$, astfel încât $M \neq N$ și $N \neq P$. Stabiliți poziția punctului $M$ față de punctul $P$.

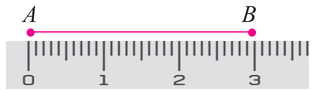
**12.** Desenați o semidreaptă $OM$ și un punct $N$ pe această semidreaptă. Numiți altfel semidreapta $OM$.

**13.** a) Desenați în caiet figura alăturată.
b) Câte semidrepte cu originea în punctul $O$ sunt în figură?



## PE-PP 4. Distanţa dintre două puncte, lungimea unui segment. Segmente congruente

Se consideră două puncte distincte $A$, respectiv $B$ și segmentul cu capetele în punctele $A$ și $B$, ca în figura alăturată.



Măsurăm cu rigla gradată segmentul $AB$ și obținem că lungimea segmentului $AB$ este egală cu 3 cm. Notăm $AB = 3$ cm.

Prin **distanța dintre punctele $A$ și $B$** înțelegem **lungimea segmentului $AB$**.

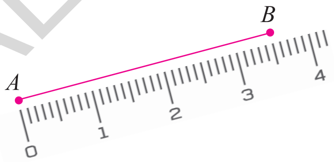
Lungimea unui segment se exprimă în metri sau în multiplii și submultiplii metrului.

**Observații:**

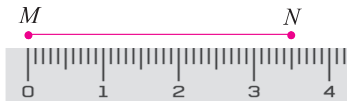
**1.** Dacă $A$ și $B$ sunt două puncte distincte, atunci notația $AB$ se folosește pentru dreapta $AB$, pentru segmentul $AB$, pentru lungimea segmentului $AB$ și pentru distanța dintre punctele $A$ și $B$, în funcție de context.

**2.** Dacă punctele $A$, $B$, $C$ sunt coliniare, în această ordine, atunci între lungimile segmentelor $AB$, $BC$, $AC$ are loc relația: $AC = AB + BC$.

**3.** Dacă între lungimile segmentelor $AB$, $BC$, $AC$ are loc relația: $AC = AB + BC$, atunci punctele $A$, $B$, $C$ sunt coliniare în această ordine.



Două segmente care au aceeași lungime se numesc **segmente congruente**.



Segmentele $AB$ și $MN$ din figura alăturată au aceeași lungime, $AB = 3{,}5$ cm și $MN = 3{,}5$ cm. Spunem despre cele două segmente că sunt congruente și notăm $AB \equiv MN$.

• **Cum construim un segment $OC$ congruent cu un segment dat $AB$, cu ajutorul unei rigle gradate:**

– măsurăm segmentul dat $AB$ și $AB = 4$ cm (figura a));

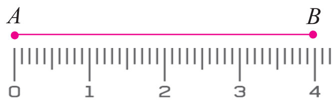


Fig. a)

– pe o semidreaptă $OM$ așezăm rigla gradată astfel încât diviziunea care indică 0 cm să fie în dreptul punctului $O$; în dreptul diviziunii care indică 4 cm va fi celălalt capăt al segmentului, adică punctul $C$ (figura b)).

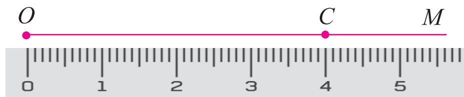


Fig. b)

Cum $OC = 4$ cm și $AB = 4$ cm, segmentul $OC$ este congruent cu segmentul $AB$ și notăm $OC \equiv AB$.

• **Cum construim un segment $QR$ congruent cu un segment dat $MN$, cu ajutorul riglei negradate și al compasului:**

– luăm între vârfurile compasului segmentul $MN$ (figura c));

– fără a modifica deschiderea compasului, pe o semidreaptă $QP$, cu acul compasului în punctul $Q$, folosind vârful port mină, marcăm punctul $R$ (figura d)).

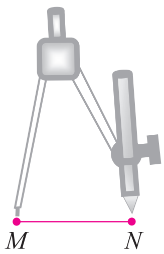


Fig. c)

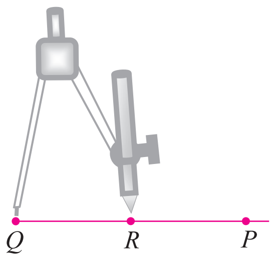


Fig. d)

# Unitatea 2. Unghiul

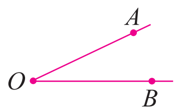
## PE-PP 1. Unghi: definiţie, notaţii, elemente. Interiorul unui unghi. Exteriorul unui unghi

### UNGHI: DEFINIŢIE, NOTAŢII, ELEMENTE

Cuvântul „unghi” provine din termenul latinesc „angulus” şi are semnificaţia de „ungher” sau „colţ”.

Numim **unghi** figura geometrică formată din **două semidrepte** care au **aceeaşi origine**.

Cele două semidrepte se numesc **laturile unghiului**, iar originea lor comună se numeşte **vârful unghiului**.

| Desenăm | Notăm | Citim |
|---|---|---|
|  | $\sphericalangle AOB$, $\widehat{AOB}$<br>$\sphericalangle BOA$, $\widehat{BOA}$<br>$\sphericalangle O$, $\hat{O}$ | unghiul *AOB*<br>unghiul *BOA*<br>unghiul *O* |

**Observaţii:**

a) În citirea unui unghi cu trei litere, litera din mijloc trebuie să fie originea comună a celor două semidrepte.

b) Cele două puncte *A* şi *B* care ne ajută să citim unghiul pot ocupa orice loc pe cele două semidrepte. Ele vor fi fixate dacă se precizează lungimea segmentelor *OA* şi *OB*.

c) Dacă punctul *M* este situat pe semidreapta *OA* şi *N* este un punct situat pe semidreapta *OB*, atunci unghiul *MON* este identic cu unghiul *AOB*.

Identificarea unui unghi constă în a-i preciza: **vârful unghiului** şi **laturile unghiului**. În figura anterioară, vârful unghiului este punctul *O*, iar laturile unghiului sunt semidreptele *OA* şi *OB* cu aceeaşi origine.

Unghiul ale cărui laturi sunt semidrepte opuse se numeşte **unghi alungit** sau **unghi cu laturile în prelungire**.

Unghiul *MON* din figura a) este un unghi alungit, deoarece semidreptele *OM* şi *ON* sunt semidrepte opuse determinate de punctul *O* pe dreapta *MN*.

*Fig. a)*

*Fig. b)*

Unghiul ale cărui laturi se suprapun (cele două semidrepte care formează unghiul sunt identice) se numeşte **unghi nul**.

Unghiul *ABC* din figura b) este un unghi nul, deoarece semidreptele *BA* şi *BC* sunt identice.

**Observaţii:**

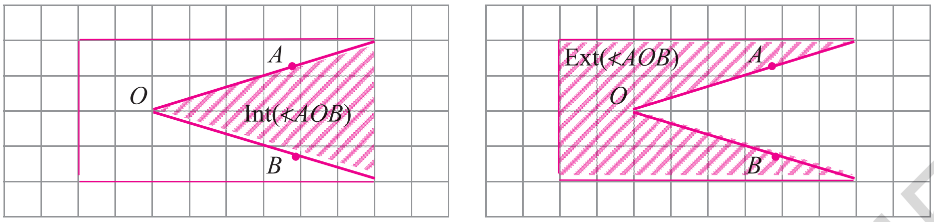
a) Trei puncte distincte *A*, *O* şi *B* pentru care unghiul *AOB* este alungit sau nul sunt puncte **coliniare**.

b) Un unghi care nu este nici nul şi nici alungit se numeşte **unghi propriu**.

Unghiul nul şi unghiul alungit sunt **unghiuri improprii**.

## INTERIORUL UNUI UNGHI. EXTERIORUL UNUI UNGHI

Considerăm un unghi *AOB*. Unghiul *AOB* delimitează două regiuni ale planului: **interiorul unghiului** și **exteriorul unghiului**.

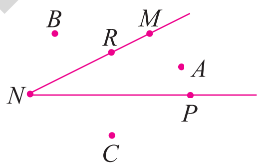



**Interiorul unghiului *AOB***, notat Int(∢*AOB*), este format din toate punctele care se află atât în semiplanul delimitat de dreapta *OA* care conține punctul *B*, cât și în semiplanul delimitat de dreapta *OB* care conține punctul *A*.

Punctele care se află pe laturile unghiului sunt puncte ale unghiului, puncte care **aparțin unghiului**.

**Exteriorul unghiului *AOB***, notat Ext(∢*AOB*), este format din toate punctele care nu aparțin nici laturilor unghiului și nici interiorului unghiului.

În figura alăturată avem desenat un unghi propriu *MNP* și:
– punctul *R* aparține unghiului *MNP*;
– punctul *A* este interior unghiului *MNP*;
– punctele *B* și *C* sunt exterioare unghiului *MNP*.




### Reținem!

- Figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine se numește **unghi**.
- **Elementele unghiului** sunt:
  – originea comună a celor două semidrepte, numită **vârful unghiului**;
  – cele două semidrepte, numite **laturile unghiului**.
- Un punct oarecare poate:
  – să se afle pe laturile unghiului;
  – să fie interior unghiului;
  – să fie exterior unghiului.
- Dacă semidreptele care formează unghiul sunt semidrepte opuse, atunci unghiul este **unghi alungit**.
- Dacă semidreptele care formează unghiul coincid, atunci unghiul este **unghi nul**.
- Unghiul nul și unghiul alungit sunt **unghiuri improprii**.
- Un unghi care nu e nici unghi nul și nici unghi alungit se numește **unghi propriu**.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere *

**1.** Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

a) Un unghi este .......................................................................................................... .

b) Elementele unui unghi sunt ........................................................................................ .

# PE-PP 4. Figuri congruente. Axă de simetrie

## FIGURI CONGRUENTE

Privim cu atenție imaginile:

Observăm că, dacă am decupa prima frunză și am suprapune-o peste cea de-a doua frunză, ele s-ar suprapune perfect.

Același lucru am observa dacă am decupa una dintre case și am suprapune-o peste cealaltă sau dacă am decupa una dintre flori și am suprapune-o peste cealaltă.

Observațiile făcute ne ajută să înțelegem noțiunea de **figuri congruente în general**, nu numai în matematică.

În figura a) sunt desenate două segmente, iar în figura b) sunt desenate două unghiuri.

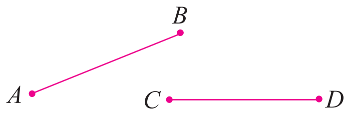



*Fig. a)*


*Fig. b)*

• Măsurând cele două segmente, constatăm că lungimea segmentului $AB$ este egală cu 3 cm ($AB = 3$ cm) și lungimea segmentului $CD$ este egală cu 3 cm ($CD = 3$ cm), adică cele două segmente au aceeași lungime și, ca urmare, ele sunt **segmente congruente**.

Dacă vom suprapune cele două segmente, vom constata că se suprapun perfect, adică sunt **segmente congruente**.

• Măsurând cele două unghiuri, constatăm că măsura unghiului $MNP$ este egală cu 40° ($\sphericalangle MNP = 40°$) și măsura unghiului $RST$ este egală cu 40° ($\sphericalangle RST = 40°$), adică cele două unghiuri au aceeași măsură și, ca urmare, ele sunt **unghiuri congruente**.

Dacă vom suprapune cele două unghiuri, vom constata că se suprapun perfect, adică sunt **unghiuri congruente**.

Analizăm figurile geometrice din desenul de mai jos!

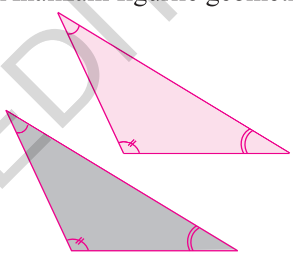


*Fig. c)*

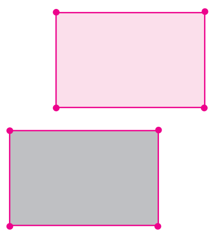


*Fig. d)*

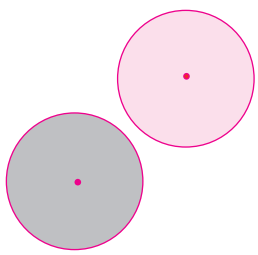


*Fig. e)*

Cele două triunghiuri, prin suprapunere, coincid și spunem că cele două triunghiuri sunt **triunghiuri congruente**. Vom constata prin suprapunere că toate **laturile sunt congruente** și toate **unghiurile sunt congruente**.

Cele două dreptunghiuri, prin suprapunere, coincid și spunem că cele două dreptunghiuri sunt **dreptunghiuri congruente**.

Constatăm că și cele două cercuri coincid prin suprapunere și, ca urmare, sunt **cercuri congruente**.

### Reţinem!

- **Două figuri geometrice plane sunt congruente** dacă, prin suprapunere, coincid.
- Dacă **două figuri geometrice sunt congruente**, atunci:
  – toate segmentele corespunzătoare sunt congruente;
  – toate unghiurile corespunzătoare sunt congruente.

**Observaţie:** Dacă două figuri sunt congruente, am putea spune că fiecare dintre ele este copia celeilalte, doar că se află în locuri diferite.

## AXĂ DE SIMETRIE

Analizăm cu atenție figurile următoare:

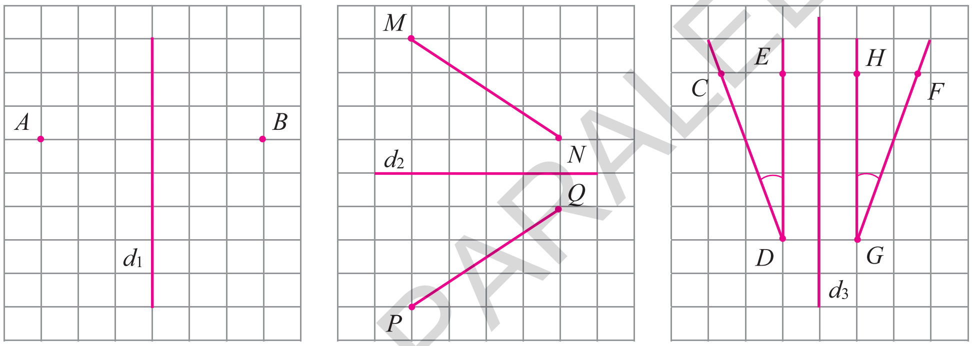



*Fig. f)* *Fig. g)* *Fig. h)*

Se poate observa că:

– dacă vom plia foaia de hârtie din figura f) după dreapta $d_1$, punctele $A$ și $B$ vor coincide. Spunem că **punctele $A$ și $B$ sunt simetrice față de dreapta $d_1$**. Punctul $B$ este simetricul punctului $A$ față de dreapta $d_1$. Punctul $A$ este simetricul punctului $B$ față de dreapta $d_1$. **Dreapta $d_1$ este axă de simetrie pentru figura formată de cele două puncte $A$ și $B$;**

– dacă vom plia foaia de hârtie din figura g) după dreapta $d_2$, segmentele $MN$ și $PQ$ se vor suprapune perfect. Spunem că segmentele $MN$ și $PQ$ sunt **simetrice unul față de celălalt în raport cu dreapta $d_2$. Dreapta $d_2$ este axă de simetrie pentru figura formată cu cele două segmente;**

– dacă vom plia foaia de hârtie din figura h) după dreapta $d_3$, unghiurile $CDE$ și $FGH$ se vor suprapune perfect. Spunem că unghiurile $CDE$ și $FGH$ sunt simetrice unul față de celălalt în raport cu dreapta $d_3$. **Dreapta $d_3$ este axă de simetrie pentru figura formată cu cele două unghiuri.**

### Reţinem!

Spunem că o figură geometrică are o **axă de simetrie** dacă există o dreaptă astfel încât, atunci când pliem după acea dreaptă, cele două părți ale figurii coincid prin suprapunere.

**Observaţie:** Există figuri geometrice care nu au axă de simetrie, dar există și figuri geometrice care au mai multe axe de simetrie, uneori chiar o infinitate.

**Exemple:**

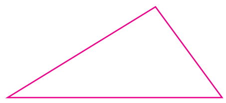


*Fig. i)*

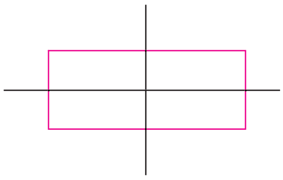


*Fig. j)*

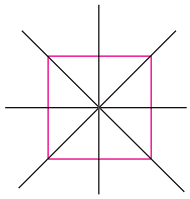


*Fig. k)*

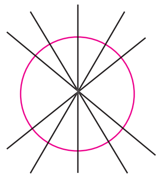


*Fig. l)*

Triunghiul din figura i) nu are axă de simetrie.
Dreptunghiul din figura j) are două axe de simetrie.
Pătratul din figura k) are patru axe de simetrie.
Cercul din figura l) are o infinitate de axe de simetrie.

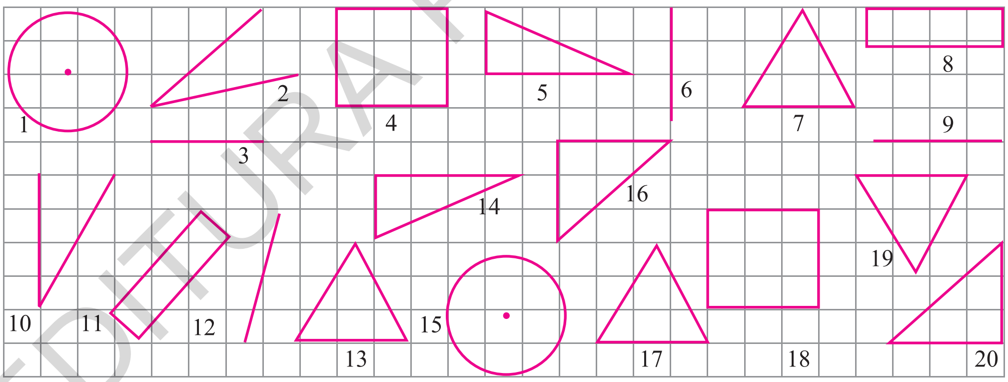
## Reţinem!

- **Două figuri geometrice plane sunt simetrice față de o dreaptă** dacă, prin pliere după dreapta respectivă și suprapunerea lor, cele două figuri geometrice coincid.
- **Axa de simetrie** a unei figuri geometrice plane este dreapta care împarte figura geometrică în două figuri congruente, care sunt **simetrice** una față de cealaltă în raport cu această dreaptă.
- O figură geometrică poate avea **o axă de simetrie** sau **mai multe axe de simetrie**, dar există și figuri geometrice care **nu au axă de simetrie**.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere *

**1.** Găsiți perechi de figuri congruente printre figurile geometrice de mai jos și notați conform modelului: 1 ≡ 15.




**2.** Desenați în caiet figuri congruente cu cele din figura 1, măsurând atât segmentele, cât și unghiurile.

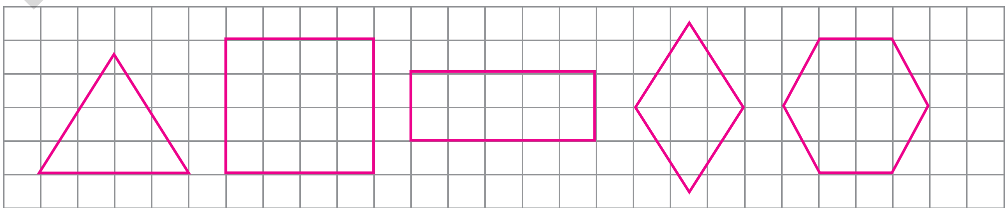


*Fig. 1.a)* *Fig. 1.b)* *Fig. 1.c)* *Fig. 1.d)* *Fig. 1.e)*

# Unitatea 3. Unităţi de măsură

## PE-PP 1. Unităţi de măsură pentru lungime. Transformări. Aplicaţie: Perimetre

Prin convenție internațională, unitatea de măsură pentru lungime este **metrul** (m). În funcție de mărimea lungimii pe care dorim să o măsurăm, utilizăm multiplii sau submultiplii metrului.

**Observaţie:**

Cuvintele prin care numim **multiplii și submultiplii metrului** se formează adăugând la cuvântul metru **un prefix**, care arată de câte ori este **multiplul mai mare** sau **submultiplul mai mic** decât metrul, după cum urmează:

- **kilo** – de 1000 de ori mai mare;
- **hecto** – de 100 de ori mai mare;
- **deca** – de 10 ori mai mare;
- **deci** – de 10 ori mai mic;
- **centi** – de 100 de ori mai mic;
- **mili** – de 1000 de ori mai mic.

**Multiplii metrului** sunt:

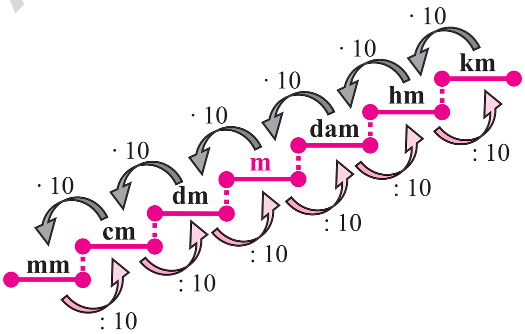
- ***decametrul*** *(dam)*; 1 dam = 10 m, 1 m = 0,1 dam;
- ***hectometrul*** *(hm)*; 1 hm = 100 m, 1 m = 0,01 hm;
- ***kilometrul*** *(km)*; 1 km = 1000 m, 1 m = 0,001 km.

**Submultiplii metrului** sunt:

- ***decimetrul*** *(dm)*; 1 dm = 0,1 m, 1 m = 10 dm;
- ***centimetrul*** *(cm)*; 1 cm = 0,01 m, 1 m = 100 cm;
- ***milimetrul*** *(mm)*; 1 mm = 0,001 m, 1 m = 1000 mm.

Pentru a transforma o unitate de măsură în altă unitate de măsură, vom utiliza schema alăturată.

- Unitățile mici se transformă în unități mari prin **împărțire la** $\mathbf{10^n}$, $n$ fiind numărul de pași dintre cele două unități.
- Unitățile mari se transformă în unități mici prin **înmulțire cu** $\mathbf{10^n}$, $n$ fiind numărul de pași dintre cele două unități.




**Exemple:**

a) 524,3 dam = 524,3 · 10 m = 5243 m;
   524,3 hm = 524,3 · 10 dam = 5243 · 10 m = 52430 m
**sau** 524,3 hm = 524,3 · $10^2$ m = 52430 m;

b) 524,3 km = 524,3 · 10 hm = 5243 · 10 dam = 52430 · 10 m = 524300 m
**sau** 524,3 km = 524,3 · $10^3$ m = 524300 m;

c) 524,3 dm = 524,3 : 10 m = 52,43 m;

d) 524,3 cm = 524,3 : 10 dm = 52,43 : 10 m = 5,243 m
**sau** 524,3 cm = 524,3 : $10^2$ m = 5,243 m;

e) 524,3 mm = 524,3 : 10 cm = 52,43 : 10 dm = 5,243 : 10 m = 0,5243 m
**sau** 524,3 mm = 524,3 : $10^3$ m = 0,5243 m.

Pentru a măsura diferite lungimi, folosim **instrumente de măsură** diferite: rigla gradată, ruleta, metrul de tâmplărie, metrul de croitorie, șublerul, lanțul, micrometrul.

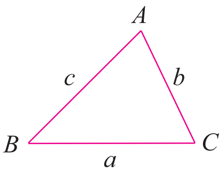
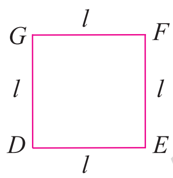
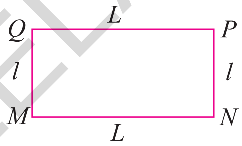





## APLICAŢIE: PERIMETRE

Cuvântul **perimetru** provine din limba greacă de la **perimetros**, compus din prefixul **peri**, cu semnificația „**în jurul**”, și cuvântul **metros**, cu semnificația „**măsură**”. Ca urmare, **perimetrul**, notat $\mathscr{P}$, este **suma lungimilor segmentelor** care formează o figură geometrică sau, altfel spus, **perimetrul** este **suma lungimilor laturilor** figurii geometrice, exprimate în aceeași unitate de măsură.

**Semiperimetrul** unei figuri geometrice este definit ca fiind jumătate din perimetru, se notează $p$ și $p = \mathscr{P} : 2$.

| **Perimetrul triunghiului** | **Perimetrul pătratului** | **Perimetrul dreptunghiului** |
|---|---|---|
|  $\mathscr{P} = a + b + c$ |  $\mathscr{P} = l + l + l + l$<br>$\mathscr{P} = 4 \cdot l$ |  $\mathscr{P} = L + l + L + l$<br>$\mathscr{P} = 2 \cdot L + 2 \cdot l$<br>$\mathscr{P} = 2 \cdot (L + l)$ |

### Exemple:

**1.** Un triunghi are o latură de 3,5 dam și alta de 0,28 hm. Calculați câți metri are a treia latură, dacă perimetrul triunghiului este egal cu 84 m.

**Rezolvare:**

Perimetrul triunghiului este $\mathscr{P} = a + b + c$, unde $a$, $b$, $c$ sunt lungimile laturilor triunghiului exprimate în aceeași unitate de măsură. Cum $a = 3{,}5$ dam $= 3{,}5 \cdot 10$ m $= 35$ m, $b = 0{,}28$ hm $= 0{,}28 \cdot 10^2$ m $= 28$ m și $\mathscr{P} = 84$ m, rezultă că $84 = 35 + 28 + c$, adică $84 = 63 + c$ și $c = 84 - 63 = 21$. Deci, a treia latură are 21 m.

**2.** Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 96 m. Calculați lungimea și lățimea dreptunghiului, știind că lungimea este de trei ori mai mare decât lățimea.

**Rezolvare:**

Perimetrul dreptunghiului este $\mathscr{P} = 2 \cdot (L + l)$. Dar $L = 3 \cdot l$ și $\mathscr{P} = 2 \cdot (3 \cdot l + l) = 2 \cdot 4 \cdot l = 8 \cdot l$. Cum $\mathscr{P} = 96$ m, rezultă că $96$ m $= 8 \cdot l$ și $l = 12$ m. Calculăm $L = 3 \cdot l = 3 \cdot 12$ m $= 36$ m. Deci, lungimea dreptunghiului este de 36 m și lățimea dreptunghiului este de 12 m.

**3.** Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 26 m și lățimea de 14 m este egal cu perimetrul unui pătrat. Determinați latura pătratului.

**Rezolvare:**

Perimetrul dreptunghiului este $\mathscr{P} = 2 \cdot (L + l) = 2 \cdot (26$ m $+ 14$ m$) = 2 \cdot 40$ m $= 80$ m. Cum perimetrul pătratului este $\mathscr{P} = 4 \cdot a$, unde $a$ este latura pătratului, rezultă că $80$ m $= 4 \cdot a$, adică $a = 20$ m. Deci, latura pătratului este de 20 m.

## Reţinem!

- Principala unitate de măsură pentru lungime este **metrul**.
- O lungime poate fi exprimată în **metri** sau în unul dintre **multiplii** sau **submultiplii** metrului.

- **Multiplii metrului** sunt:
  – *decametrul (dam);*
  – *hectometrul (hm);*
  – *kilometrul (km).*
- **Submultiplii** metrului sunt:
  – *decimetrul (dm);*
  – *centimetrul (cm);*
  – *milimetrul (mm).*
- Dacă transformăm o lungime dintr-o unitate de măsură într-un submultiplu al său, **înmulțim** numărul cu 10, $10^2$, $10^3$, ... .
- Dacă transformăm o lungime dintr-o unitate de măsură într-un multiplu al său, **împărțim** numărul la 10, $10^2$, $10^3$, ... .
- Suma lungimilor laturilor unei figuri geometrice se numește **perimetru**.
- **Perimetrul triunghiului** cu lungimile laturilor notate $a$, $b$, $c$ este: $\mathscr{P} = a + b + c$.
- **Perimetrul dreptunghiului** cu lungimea notată $L$ și lățimea notată $l$ este:
$$\mathscr{P} = 2 \cdot L + 2 \cdot l = 2 \cdot (L + l).$$
- **Perimetrul pătratului** cu lungimea laturii notată $l$ este: $\mathscr{P} = 4 \cdot l$.

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere *

**1.** Transformați în kilometri:
a) 200 dam; 80000 cm; 120000 mm; 11,2 m; 1200 hm; 534000 dm;
b) 90000 cm; 936000 mm; 125 hm; 14,5 dam; 739000 m; 1249000 dm;
c) 12500000 mm; 14,5 hm; 537000 cm; 729 dam; 1350 dm; 9345,5 m.

**2.** Transformați în hectometri:
a) 13 km; 14,5 m; 105000 mm; 99 dam; 600484 cm; 1739 dm;
b) 90,45 dam; 1700000 cm; 362109 mm; 25 m; 1,27 km; 500 dm;
c) 4750 m; 9,2 km; 94 mm; 537214,5 dm; 41,2 dam; 379824 km.

**3.** Transformați în decametri:
a) 50 m; 8 hm; 10,3 km; 40000 mm; 800 cm; 750 dm;
b) 24500 mm; 7,3 hm; 2,07 m; 0,05 km; 160702 cm; 21712 dm;
c) 39 m; 18,2 km; 0,6 hm; 1570 mm; 302 dm; 5432937 cm.

**4.** Transformați în metri:
a) 12 km; 1005 mm; 4 dam; 3,5 hm; 21 dam; 137 cm;
b) 2,507 km; 250 cm; 8 hm; 10000000 mm; 13 dm; 13 dam;
c) 250,4 cm; 1,3 dam; 1,8 hm; 40237 mm; 97,5 dm; 13 km.

**5.** Transformați în decimetri:
a) 0,4 m; 275 cm; 275 mm; 1,035 km; 12,1003 hm; 8,5 dam;
b) 0,4 dam; 1002 mm; 42 hm; 0,007 km; 582 cm; 9,2 m;
c) 275 mm; 12,4 km; 4 cm; 72 m; 0,45 hm; 15 m.

**6.** Transformați în centimetri:
a) 0,75 m; 0,0025 dam; 3,06 dm; 10,56 mm; 0,1055 km; 0,0075 hm;
b) 0,002 hm; 0,14 km; 225,5 mm; 3,5 dam; 0,75 dm; 0,25 m;
c) 50,5 mm; 0,005 km; 0,00055 dam; 0,85 m; 0,001 hm; 0,2 dm.

**7.** Transformați în milimetri:
a) 0,002 km; 15 m; 73 cm; 80 dam; 65 m; 0,15 hm;
b) 0,0321 hm; 0,4 dam; 100,2 cm; 31 m; 0,0001 km; 15 dm;
c) 1,24 m; 0,71 km; 0,45 dam; 1,2 hm; 321 dm; 955 cm.

# PE-PP Teste recapitulative

*Notă (pentru testele 1-10): Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.*

## ✹ TESTUL 1 ✹

**I. Completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate. (2 puncte)**

***(0,5p)*** **1.** Aproximarea prin lipsă la sutimi a numărului 12,749 este numărul .................... .

***(0,5p)*** **2.** Rezultatul calculului 87,123 + 15,24 – 13,563 este .......................................... .

***(0,5p)*** **3.** Rezultatul calculului 0,17 · 25 + 6,2 : 4 este ...................................................... .

***(0,5p)*** **4.** Un pătrat are latura de *a* cm. Dacă se dublează latura, aria pătratului crește de ..... .

**II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. (2 puncte)**

***(0,5p)*** **1.** Un unghi care are măsura mai mare de 90°, dar mai mică de 180°, se numește unghi:
A. nul; B. drept; C. obtuz; D. alungit.

***(0,5p)*** **2.** Simetricul unui punct față de o dreaptă este:
A. un unghi; B. o dreaptă; C. un punct; D. un segment.

***(0,5p)*** **3.** Două puncte distincte determină:
A. un unghi; B. o singură dreaptă; C. un singur plan; D. un semiplan.

***(0,5p)*** **4.** Două drepte care au un singur punct comun se numesc drepte:
A. necoplanare; B. paralele; C. concurente; D. identice.

**III. Uniți, prin săgeți, numerele aflate în coloana din stânga cu media aritmetică corespunzătoare aflată în coloana din dreapta. (2 puncte)**

| A | B |
|---|---|
| ***(0,5p)*** **1.** 17 și 25 | a) 16; |
| ***(0,5p)*** **2.** 2,4 și 19,6 | b) 11; |
| ***(0,5p)*** **3.** 11, 17 și 20 | c) 21; |
| ***(0,5p)*** **4.** 4, 10, 31 și 27 | d) 24; |
| | e) 18. |

**IV. Scrieți rezolvările complete. (3 puncte)**

***(1,5p)*** **1.** La un test de evaluare, elevii unei clase au obținut următoarele rezultate:

| Numărul elevilor | 3 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nota | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

a) Calculați media clasei.
b) Reprezentați printr-o diagramă cu bare notele elevilor de la acest test de evaluare.
c) Calculați procentul elevilor care au luat nota 7.

***(1,5p)*** **2.** Un dreptunghi are lungimea de 24 cm și lățimea de 6 cm. Calculați:
a) perimetrul dreptunghiului;
b) aria dreptunghiului;
c) perimetrul pătratului cu aceeași arie ca dreptunghiul.

# PE-PP Recapitulare finală

## I. TEME DE RECAPITULARE FINALĂ

### TEMA 1: Numere naturale. Operaţii cu numere naturale

**1.** Scrieți cu cifre romane:
a) 1989; b) 2024; c) 2347.

**2.** Determinați numerele de forma $\overline{ab}$, știind că:
a) una dintre cifre este sfertul celeilalte; b) una dintre cifre este dublul celeilalte;
c) produsul cifrelor este 6; d) cifrele $a$ și $b$ sunt consecutive.

**3.** Determinați cifra $a$, știind că numărul $\overline{3457a}$ este impar și are cifrele diferite.

**4.** Scrieți toate numerele naturale pare de forma $\overline{2a3a}$.

**5.** a) Aproximați prin lipsă și apoi prin adaos la zeci numărul 14273.
b) Rotunjiți la sute și apoi la mii numărul 27546.

**6.** Determinați trei numere $a$, $b$, $c$, știind că:
a) $a + b = 175$, $b + c = 200$ și $a + c = 125$;
b) $a + b + c = 400$, $a - b = 120$, $b + c = 180$.

**7.** Pentru $a = 325$, $b = 104$, $c = 72$, verificați proprietățile:
a) $a - (b + c) = a - b - c$; b) $a - (b - c) = a - b + c$;
c) $a - b + c = (a + c) - b$; d) $a - b = (a - c) - (b - c)$.

**8.** Determinați numerele $a$, $b$ și $c$, știind că $a + b + c = 430$ și că, scăzând din fiecare același număr, obținem numerele 110, 80 și, respectiv, 150.

**9.** Calculați:
a) $1 + 2 + 3 + \ldots + 100$; b) $5 + 10 + 15 + \ldots + 500$;
c) $2 + 4 + 6 + \ldots + 100$; d) $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 99$.

**10.** Dacă $a + 2b = 24$ și $3a + 5b = 65$, calculați:
a) $4a + 7b$; b) $2a + 3b$; c) $5a + 9b$.

**11.** a) Calculați cel mai mic și cel mai mare număr de forma $\overline{abc}$ care se împarte exact la 29.
b) Aflați câte astfel de numere sunt.

**12.** Calculați câtul și restul, apoi faceți proba:
a) 79 : 37; b) 435 : 24; c) 1768 : 123; d) 2027 : 5.

**13.** Calculați suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 7 dau câtul 423.

**14.** Calculați:
a) $1^{2030}$; b) $2030^0$; c) $2^5$; d) $4^2 \cdot 8^2 : 2^8$.

**15.** Determinați ultima cifră a numărului:
a) $2^{2030}$; b) $3^{2030}$; c) $7^{2030}$.

**16.** Scrieți:
a) pătratele perfecte mai mici sau egale cu 150;
b) cuburile perfecte mai mici sau egale cu 150.

**17.** Demonstrați că:
a) numărul 104 nu este pătrat perfect;
b) numărul $2031 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 2030)$ este pătrat perfect.

## TEMA 8: Unităţi de măsură

**1.** Exprimați în metri următoarele lungimi:
a) 2 km; b) 47,25 hm; c) 0,2 dam; d) 420 mm;
e) 0,007 km; f) 246 cm; g) 59 dm; h) 11000 mm.

**2.** Exprimați în metri pătrați următoarele arii:
a) 0,00012 $hm^2$; b) 2,5 $dam^2$; c) 24000 $cm^2$;
d) 0,00005 $km^2$; e) 1700 $dm^2$; f) 650000 $mm^2$.

**3.** Exprimați în metri cubi următoarele volume:
a) 0,000000043 $km^3$; b) 0,032 $dam^3$; c) 150000 $cm^3$;
d) 31400 $dm^3$; e) 572000000 $mm^3$; f) 0,000056 $hm^3$.

**4.** Calculați în unitatea de măsură indicată:
a) 5,27 dam – 8,7 m + 600 cm = .......................... dm;
b) 60 dm + 1400 cm – 0,7 dam = .......................... m;
c) 30 hm + 437 dam – 2370 m = .......................... km;
d) 6900 mm + 0,007 dam – 97 cm = ..................... m.

**5.** Calculați și exprimați rezultatul în metri pătrați:
a) 30000 $cm^2$ + 5 $dm^2$ – 0,03 $dam^2$;
b) 0,72 $dam^2$ + 0,000058 $km^2$ – 3000 $dm^2$;
c) 3500000 $mm^2$ + 0,00075 $hm^2$ – 150 $dm^2$;
d) 375 $dm^2$ + 0,0125 $dam^2$ – 35000 $cm^2$.

**6.** Calculați și exprimați rezultatul în metri cubi:
a) 3,17 $dam^3$ + 0,00683 $hm^3$ – 991000 $dm^3$;
b) 0,006 $hm^3$ + 0,4 $dam^3$ – 400000000 $cm^3$;
c) 0,8 $dam^3$ + 442000 $cm^3$ – 700442 $dm^3$.

**7.** Aflați numărul natural $n$ din fiecare egalitate:
a) 4,5 km = $(45 \cdot 10^n)$ dm; b) 0,07 hm = $(7 : 10^n)$ m;
c) 1200 cm = $(12 : 10^n)$ m; d) 5,3 dam = $(53 \cdot 10^n)$ mm.

**8.** Aflați numărul natural $n$ din fiecare egalitate:
a) 0,45 $km^2$ = $(45 \cdot 10^n)$ $dam^2$; b) 0,0007 $hm^2$ = $(7 : 10^n)$ $m^2$;
c) 570000 $dm^2$ = $(5,7 \cdot 10^n)$ $m^2$; d) 126000 $mm^2$ = $(126 : 10^n)$ $dm^2$.

**9.** Aflați numărul natural $n$ din fiecare egalitate:
a) 0,06 $dam^3$ = $(6 \cdot 10^n)$ $m^3$; b) 0,0032 $hm^3$ = $(3,2 \cdot 10^n)$ $dam^3$;
c) 46000 $cm^3$ = $(46 : 10^n)$ $m^3$; d) 1700000 $mm^3$ = $(1,7 : 10^n)$ $dm^3$.

**10.** Un teren în formă de dreptunghi cu lungimea de 48 m și lățimea de 4 ori mai mică urmează să fie împrejmuit cu un gard de sârmă. Calculați cât va costa împrejmuirea terenului, dacă un metru de sârmă costă 5,25 lei.

**11.** Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 12 m și lățimea egală cu două treimi din lungime este egal cu perimetrul unui pătrat. Determinați:
a) latura pătratului; b) aria pătratului.

**12.** Perimetrul unui triunghi este egal cu 150 m. Aflați lungimile laturilor triunghiului, știind că acestea sunt exprimate prin trei numere naturale consecutive.

**13.** Un triunghi are o latură cu lungimea de 4,5 dam și alta cu lungimea de 360 dm. Calculați câți metri are cea de-a treia latură, știind că perimetrul triunghiului este egal cu 1,08 hm.

## II. TESTE DE EVALUARE FINALĂ

### ✺ TESTUL 1 ✺

• *Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.*

**I. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. (1,5 puncte)**

***(0,5p)*** **1.** Dacă unghiul $AOB$ este unghi nul, atunci semidreptele ............... sunt ............... și măsura unghiului $AOB$ este ................................................................................ .

***(0,5p)*** **2.** Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect poate fi .................................... .

***(0,5p)*** **3.** Prin simetricul unui punct $M$ față de un punct $P$, înțelegem ................................ .

**II. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. (1,5 puncte)**

***(0,5p)*** **1.** Lungimea laturii unui pătrat este de 1,8 m. Aria pătratului este egală cu:
A. 1,64 $m^2$; B. 2,16 $m^2$; C. 3,24 $m^2$; D. 3,6 $m^2$.

***(0,5p)*** **2.** Aproximarea prin lipsă la sutimi a fracției zecimale 147,358 este:
A. 147,3; B. 147,34; C. 147,36; D. 147,35.

***(0,5p)*** **3.** Suma a două numere naturale este 168. Dacă se împarte numărul mare la cel mic, se obțin câtul 5 și restul 18. Cel mai mic dintre numere este:
A. 25; B. 43; C. 30; D. 48.

**III. Scrieți în căsuța alăturată litera A, dacă afirmația este adevărată, sau litera F, dacă afirmația este falsă. (1,5 puncte)**

***(0,5p)*** **1.** Dacă $a = 3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^0$, atunci $a = 30207$. ☐

***(0,5p)*** **2.** Partea întreagă a fracției zecimale 12,304 este 12. ☐

***(0,5p)*** **3.** Dacă punctul $O$ este mijlocul segmentului $AB$ și $AO = 3{,}75$ cm, atunci $AB = 6{,}150$ cm. ☐

**IV. Uniți, prin săgeți, fiecare operație aflată în coloana din stânga cu rezultatul corespunzător aflat în coloana din dreapta. (1,5 puncte)**

| | A | B |
|---|---|---|
| ***(0,5p)*** **1.** | $(11^4 - 11^3) : (11^2 - 11) - 2^3 \cdot 3^2 - 7^2 =$ | a) 2034; |
| ***(0,5p)*** **2.** | $(5^2 \cdot 2^6 - 2^5 \cdot 10) : 4^3 + 1^{2029} =$ | b) 21; |
| ***(0,5p)*** **3.** | $(2^3 + 3^3 + 4^3) : 11 + 2030^0 =$ | c) 0; |
| | | d) 10. |

**V. Scrieți rezolvările complete. (3 puncte)**

***(1,5p)*** **1.** Alexandra are suma de 315 lei în bancnote de 10 lei și de 5 lei.
a) Este posibil ca Alexandra să aibă 10 bancnote de 5 lei? Justificați răspunsul dat.
b) Dacă Alexandra are în total 36 de bancnote, aflați numărul bancnotelor de 10 lei.
c) Aflați ce procent din numărul bancnotelor de 10 lei reprezintă numărul bancnotelor de 5 lei.

***(1,5p)*** **2.** Un unghi $MON$ are măsura egală cu 60% din măsura unui unghi alungit. Se consideră un punct $P$, exterior unghiului $MON$, astfel încât măsura unghiului $PON$ să fie egală cu 0,(6) din măsura unghiului $MON$. Un punct $Q$ este interior unghiului $MON$, astfel încât $\sphericalangle NOQ = 36°$.
a) Calculați măsura unghiului $MON$.
b) Arătați că punctele $M$, $O$ și $P$ sunt coliniare.
c) Arătați că unghiurile $MOQ$ și $PON$ sunt congruente.

# Indicaţii şi răspunsuri

**Soluțiile testelor de autoevaluare pot fi consultate aici:**
(Scanați codul QR cu camera telefonului, nu din aplicația Mate2000+)

## ARITMETICĂ. ALGEBRĂ

### Capitolul FRACŢII ZECIMALE

#### Unitatea 1. FRACŢII ZECIMALE

#### 1. Scrierea fracţiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracţii zecimale. Transformarea unei fracţii zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracţie ordinară

**1.** a) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{7}{2}$; b) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$; c) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{11}{4}$; d) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$; e) $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}$; f) $\frac{1}{100}, \frac{7}{100}, \frac{11}{100}$; g) $\frac{1}{1000}, \frac{3}{1000}, \frac{111}{1000}$; h) $\frac{1}{10000}, \frac{119}{10000}, \frac{7001}{10000}$; i) $\frac{1}{100000}$; $\frac{29}{100000}, \frac{30001}{100000}$. **2.** a) 5,4; b) 17,07; c) 0,05; d) 3,43; e) 0,004; f) 0,000124; g) 0,041; h) 0,4058; i) 43,132; j) 6,48; k) 4,573. **3.** a) 25327; b) 0,134; c) 7; d) 25327; e) 2; f) 2532; g) 1; h) 253271; i) 3; j) 253; k) 3; l) 2532713; m) 5; n) 25; o) 4; p) 25327134; r) 2; s) 2.
**4.**

| Zeci de mii | Mii | Sute | Zeci | Unități | Virgula | Zecimi | Sutimi | Miimi | Zecimi de miimi | Sutimi de miimi |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 7 | , | 2 | | | | |
| | | | 3 | 1 | , | | | | | |
| | | 4 | 5 | 6 | , | 1 | 2 | | | |
| | | 3 | 4 | 8 | , | 1 | 0 | 5 | | |
| 5 | 4 | 1 | 5 | 6 | , | 1 | 2 | 8 | 3 | 2 |

**5.** a) $7{,}231 = 7 + \frac{2}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{1}{10^3}$; b) $456{,}12 = 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6 + \frac{1}{10} + \frac{2}{10^2}$; c) $384{,}105 = 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 4 + \frac{1}{10} + \frac{5}{10^3}$. **6.** a) 0,95; b) 4,84; c) 8,75; d) 4,075. **7.** De exemplu: 345,123 se poate citi: trei sute patruzeci și cinci virgulă o sută douăzeci și trei *sau* trei sute patruzeci și cinci întregi o zecime două sutimi trei miimi *sau* trei mii patru sute cincizeci și una de zecimi și douăzeci și trei miimii *sau* treizeci și patru de miimi cinci sute doisprezece sutimi și trei miimi *sau* trei sute patruzeci și cinci întregi o sută douăzeci și trei miimi. În mod obișnuit se folosesc primele două variante de citire pentru a) și b). La c) de exemplu pentru $\frac{45}{1000}$ se poate citi: patruzeci și cinci supra o mie *sau* patruzeci și cinci miimi.

**8.**

| Șapte întregi și douăzeci și una de sutimi | 7,21 | $7 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100}$ | $7 + \frac{21}{100}$ | $\frac{721}{100}$ |
|---|---|---|---|---|
| Două zeci și opt întregi și o sută douăzeci și trei de miimi | 28,123 | $2 \cdot 10 + 8 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}$ | $28 + \frac{123}{1000}$ | $\frac{28123}{1000}$ |
| Patru întregi și trei sute șaptezeci și cinci de miimi | 4,375 | $4 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$ | $4 + \frac{375}{1000}$ | $\frac{4375}{1000}$ |
| Doisprezece întregi și trei sute patruzeci și cinci de miimi | 12,345 | $1 \cdot 10 + 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$ | $12 + \frac{345}{1000}$ | $\frac{12345}{1000}$ |
| O sută douăzeci și trei întregi și șapte sute patruzeci și cinci miimi | 123,745 | $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 + \frac{7}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$ | $123 + \frac{745}{1000}$ | $\frac{123745}{1000}$ |

**9.** De exemplu c) patru sute treizeci și șapte întregi și o sută cinci zeci și patru miimi *sau* patru sute treizeci și șapte virgulă o sută cincizeci și patru.

**10.**

| Fracția zecimală | Cifra zecimilor | Numărul zecimilor | Cifra sutimilor | Numărul sutimilor | Cifra miimilor | Numărul miimilor |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 47,29 | 2 | 472 | 9 | 4729 | 0 | 47290 |
| 10,457 | 4 | 104 | 5 | 1045 | 7 | 10457 |
| 23,479 | 4 | 234 | 7 | 2347 | 9 | 23479 |

Asemănător se va completa restul tabelului. **11.** 11,04; 45,1; 0,127; 9,5013; 123,01457; 2375,001; 0,10113.

**12.**

| Partea întreagă | | | Partea zecimală | | |
|---|---|---|---|---|---|
| sute | zeci | unități | zecimi | sutimi | miimi |
| | | 5 | 2 | 4 | |
| 3 | 1 | 9 | 1 | 0 | 2 |
| | 2 | 5 | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 2 | 4 |
| | | 0 | 5 | | |
| | | 0 | 3 | 1 | |
| | 1 | 4 | 1 | 0 | 7 |

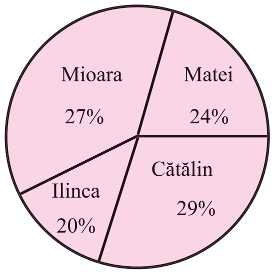
**13.** a) 43,12; b) 10,003; c) 0,04; d) 123,237; e) 0,937; f) 4,9. **14.** a) 2,047 m; 5,04 m; 1,23 m; 0,005 m; b) 4,59 $\ell$; 6,04 $\ell$; 1,7 $\ell$; 0,08 $\ell$; 0,123 $\ell$; c) 5,05 g; 14,04 g; 0,147 g; 1000,004 g. **15.** a) 0,4; 1,7; 14,3; 200,3; 1; 5000,1; b) 0,03; 0,47; 4,35; 1,23; 14,75; 0,07; c) 0,007; 0,054; 0,0147; 1,437; 0,00005; 0,0043. **16.** a) $\frac{11}{1}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{21}{4}$; $\frac{175}{4}$; $\frac{1001}{8}$; b) 11; 2; 5; 43; 125; c) 0; 0,5; 0,25; 0,75; 0,125. **17.** a) 13,7; 5,26; 0,789; 0,011; b) $\frac{821}{20}$; $\frac{12837}{1000}$; $\frac{3}{100}$; $\frac{4007}{1000}$. **18.** C. **19.** D. **20.** C. **21.** B. **22.** a) 3; b) 2; c) 4; d) 413; e) 2540131. **23.** a) 9,012345678; b) $1 + 2 + \ldots + 50 = 1275$; c) Avem de calculat: $5 \cdot (0 + 1 + 2 + \ldots + 9) + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 5$. **24.** a) 12; b) 14; c) $\frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{100} = \frac{666}{25} \Rightarrow 111(a+b+c) = 2664 \Rightarrow a + b + c = 24$. **25.** $9^2 + 8^2 + 7^2 = 194$.

**V. 1.**

„Cărți citite în vacanța mare”

| Nume elev | Matei | Cătălin | Ilinca | Mioara |
|---|---|---|---|---|
| Cărți citite | 10 | 12 | 8 | 11 |
| Frecvența procentuală | 24% | 29% | 20% | 27% |

**2.**




# GEOMETRIE

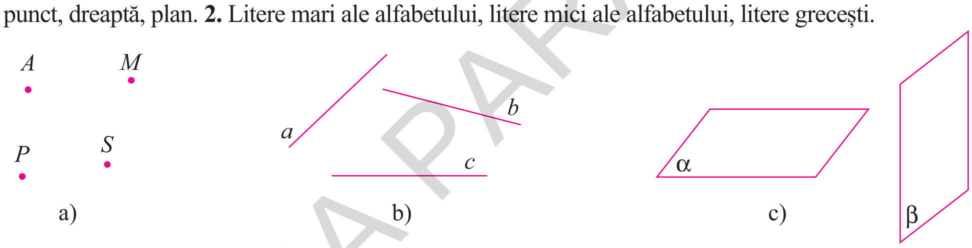
## Capitolul ELEMENTE DE GEOMETRIE ŞI UNITĂŢI DE MĂSURĂ

### Unitatea 1: NOŢIUNI DE BAZĂ

### 1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment (descriere, reprezentare, notaţii)

**1.** punct, dreaptă, plan. **2.** Litere mari ale alfabetului, litere mici ale alfabetului, litere grecești.

**3.**



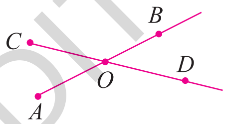

**4.** O mulțime de puncte dintr-un plan. **5.** Riglă gradată, echer, raportor, compas. **6.** 

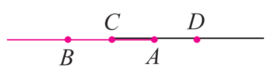

**7.** puncte: $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$, $H$, $K$, $L$, $O$, $M$, $R$, $S$; drepte: $GH$ și $KL$; semidrepte; $OM$, $EF$, $GH$, $HG$, $KL$, $LK$; segmente: $CD$, $RS$, $OM$, $FE$, $KL$, $GH$.

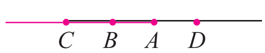
**8.** 

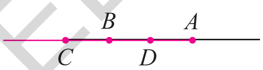
; segmentul $CD$. **9.** 

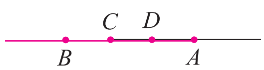
.

**10.** a) 

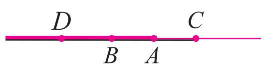
b) 





segmentul $CD$ este segment comun;

c) 

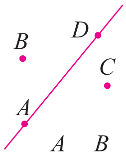
semidreapta $AB$ coincide cu semidreapta $AD$ și este semidreaptă comună.

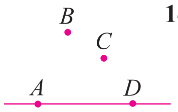
**11.** Punctele $M$ și $P$ pot fi identice, dar pot fi și diferite, deoarece în enunțul problemei avem $M \neq N$ și $N \neq P$, dar nu avem nicio informație despre punctele $M$ și $P$.

**12.** 

sau 

semidreapta $ON$.

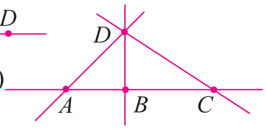
**12.** 


**13.** 

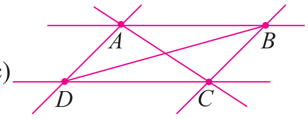

**14.** $A_1A_2$, $A_1A_3$, $A_1A_4$, $A_1A_5$, $A_2A_3$, $A_2A_4$, $A_2A_5$, $A_3A_4$, $A_3A_5$, $A_4A_5$.

**15.** a) 


punctele sunt coliniare

b) 

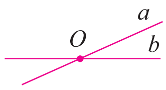

trei dintre puncte sunt coliniare

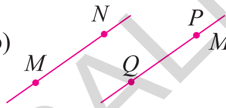
c) 


oricare trei puncte sunt necoliniare

**16.** Trei puncte. **17.** Punctele $A$ și $B$ sunt situate de aceeași parte a dreptei $d$. **18.** Dacă punctele $A$, $B$, $C$ sunt coliniare, atunci punctul $A$ se află pe dreapta $BC$ (1). Dacă punctele $B$, $C$, $D$ sunt coliniare, atunci punctul $D$ se află pe dreapta $BC$ (2). Din (1) și (2) rezultă că punctele $A$ și $D$ se află pe dreapta $BC$, adică punctele $A$, $B$, $C$, $D$ sunt coliniare. **19.** Numărul dreptelor determinate de 10 puncte distincte, oricare trei necoliniare, este 45. Dacă exact 4 puncte sunt coliniare, ele se află pe aceeași dreaptă. Cum 4 puncte distincte, oricare trei necoliniare, determină 6 drepte, rezultă că numărul de drepte determinate de cele 10 puncte, dintre care exact patru sunt coliniare, este $45 - 6 + 1 = 40$. **20.** a) O dreaptă, dacă toate cele 100 de puncte sunt coliniare; b) 4950 dacă oricare trei dintre cele 100 de puncte sunt necoliniare.

## 3. Pozițiile relative a două drepte: drepte concurente, drepte paralele

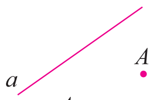
**1.** a) A; b) F. **2.** a) 


$a \cap b = \{O\}$; b) 

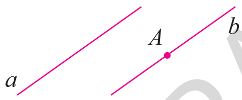

$MN \parallel PQ$ sau $MN \cap PQ = \emptyset$.

c) 

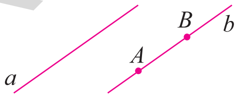

$AB$ coincide cu $CD$ și punctele $A$, $B$, $C$, $D$ sunt puncte coliniare.

**3.** a) 


$A \notin a$

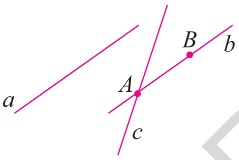



$A \in b$ și $b \parallel a$

b) 

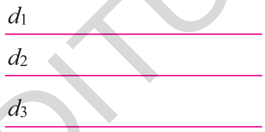

$B \in b$

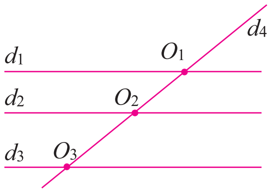
c) $AB \parallel a$;

d) 


$b \cap c = \{A\}$.

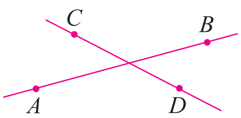
**4.** a) $AB$ cu $BC$ și cu $AC$ sau $CD$ cu $DE$ și cu $CE$; b) $d_1 \parallel d_2$, $d_2 \parallel d_3$, $d_1 \parallel d_3$; c) $d_1 \cap AB = \{A\}$; $d_2 \cap AB = \{B\}$; $d_3 \cap AB = \{C\}$.

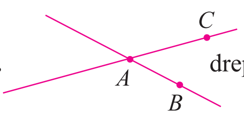
**5.** a) 

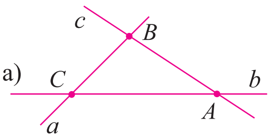

b) 


**6.** a) 


b) 


c) 


**7.** 


dreptele sunt concurente în $A$ și $AB \cap AC = \{A\}$. **8.** a) 

# Cuprins