

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programă școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Iuliana Ene, Andreea Roșca
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu, Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION

Matematică – algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru – 6 /

Ion Tudor. – Ed. a 8-a. – Pitești : Paralela 45, 2024
2 vol.

ISBN 978-973-47-4112-0

Partea 2. – 2024. – ISBN 978-973-47-4192-2

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45

Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2024

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

6

Ediția a VIII-a

Editura Paralela 45

ALGEBRĂ

Capitolul III

MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg



Citesc și rețin

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „+” în față: $+1, +2, +3, \dots$ se numesc numere întregi pozitive. Mulțimea numerelor întregi pozitive se notează cu \mathbb{Z}_+ , deci $\mathbb{Z}_+ = \{+1, +2, +3, \dots\}$ și avem $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$.

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „-” în față: $-1, -2, -3, \dots$ se numesc numere întregi negative. Mulțimea numerelor întregi negative se notează cu \mathbb{Z}_- , deci $\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, -3, \dots\}$.

Numărul natural 0 este singurul număr întreg care nu este nici pozitiv, nici negativ.

Mulțimea numerelor întregi se notează cu \mathbb{Z} și se definește astfel: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$.

Mulțimea $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ se numește mulțimea numerelor întregi nenule.

Numerele întregi care aparțin reuniunii $\{0\} \cup \mathbb{Z}_+$ se numesc numere întregi nenegative.

Definiție: Prin **opusul numărului** întreg nenul a înțelegem numărul întreg $-a$. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0.

Exemple: Opusul numărului întreg 5 este numărul întreg -5 .
Opusul numărului întreg -8 este numărul întreg 8.



Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimea $A = \{-6, 15, 0, -21, 8\}$. Determinați mulțimile:

a) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$;

b) $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

Soluție:

a) $E = \{15, 8\}$;

b) $F = \{-6, -21\}$.

2. Scrieți opusele următoarelor numere întregi:

a) -9 ;

b) 0;

c) 17;

d) -11 .

Soluție:

a) 9;

b) 0;

c) -17 ;

d) 11.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți mulțimile următoare:

- a) \mathbb{Z}_+ ; b) \mathbb{Z}_- ; c) \mathbb{Z}^* ; d) \mathbb{Z} .

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $-25 \in \mathbb{Z}_-$; b) $42 \in \mathbb{Z}_+$; c) $51 \notin \mathbb{Z}_-$; d) $-71 \notin \mathbb{Z}_+$;
 e) $49 \notin \mathbb{Z}_+$; f) $-28 \in \mathbb{Z}_-$; g) $-35 \notin \mathbb{Z}_-$; h) $87 \in \mathbb{Z}_+$;

3. Se consideră mulțimea $A = \{-2, 4, -5, 7, 8, -1, 0, -13, 12, -9\}$. Enumerați elementele mulțimilor:

- a) $A_1 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$; b) $A_2 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| b) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) Mulțimea \mathbb{Z}_+ este finită. b) Mulțimea \mathbb{Z}_- este finită.
 c) Mulțimea \mathbb{Z}^* este infinită. d) Mulțimea \mathbb{Z} este infinită.

5. Se consideră mulțimea $E = \{-15, 0, 6, -8, 2, 17\}$. Determinați următoarele mulțimi:

- a) $E \cap \mathbb{Z}_-$; b) $E \cap \mathbb{Z}_+$; c) $E \cap \mathbb{Z}^*$; d) $E \setminus \mathbb{Z}_-$; e) $E \setminus \mathbb{Z}_+$; f) $E \setminus \mathbb{Z}^*$.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----------------------------|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a) | $E \cap \mathbb{Z}_-$ | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| e) | $E \setminus \mathbb{Z}_+$ | = | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

6. Completați tabelul următor:

| | | | | | | | | | |
|----------------|----|----|-----|-----|---|-----|-----|----|----|
| Numărul | 43 | -7 | -25 | 134 | 0 | -91 | -72 | 64 | -8 |
| Opusul | | | | | | | | | |

7. Completați tabelul următor:

| | | | | | | | | | |
|----------------|----|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|
| Numărul | -6 | | | 201 | | -18 | | | 92 |
| Opusul | | 42 | -58 | | 307 | | -9 | 83 | |

Exerciții și probleme de dificultate redusă

8. Se consideră mulțimea $A = \{-6, -5, 2, 0, 1, 7, -13\}$. Determinați mulțimea $B = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in A\}$.

9. Se consideră mulțimea $E = \{-1, -4, 6, -11, 8, 0, 9\}$. Determinați mulțimea $F = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in E\}$.

10. Se consideră mulțimea $E = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este număr prim de o cifră}\}$. Enumerați elementele mulțimii $F = \{m \in \mathbb{Z} \mid m = -n, n \in E\}$.

11. Se consideră mulțimea $E = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este număr compus de o cifră}\}$. Enumerați elementele mulțimii $F = \{m \in \mathbb{Z} \mid m = -n, n \in E\}$.

12. Se consideră mulțimile $X = \{-8, 0, 3\}$ și $Y = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in X\}$. Scrieți submulțimile mulțimii Y .

Exerciții și probleme de dificultate medie

13. Se consideră mulțimile $X = \{-9, -5, 2, 0, -3, 1, 3\}$ și $Y = \{y \in \mathbb{Z}^* \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in X\}$. Câte submulțimi are mulțimea Y ?

14. Se consideră mulțimile $A = \{-7, -1, 0, 1, 4\}$ și $B = \{b \mid b \text{ este opusul lui } a, a \in A\}$. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora.

- a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

15. Se consideră mulțimile $A = \{-17, -13, 0, 13, 17\}$ și $B = \{x \mid x \text{ este opusul lui } a, a \in A \cap \mathbb{Z}^*\}$. Determinați mulțimile $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

16. Se consideră mulțimile $E = \{-7, -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5\}$, $F = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in E \cap \mathbb{Z}_-\}$ și $D = \{z \mid z \text{ este opusul lui } x, x \in E \cap \mathbb{Z}_+\}$. Determinați mulțimile:

- a) $E \cap F$; b) $E \cap D$; c) $E \setminus F$; d) $E \setminus D$.

17. Se consideră mulțimile $A = \{-9, -5, -3, 0, 3, 5\}$, $A_1 = \{x \mid x \text{ este opusul lui } a, a \in A \setminus \mathbb{Z}_+\}$ și $A_2 = \{z \mid z \text{ este opusul lui } a, a \in A \setminus \mathbb{Z}_-\}$. Determinați mulțimile:

- a) $A \cap A_1$; b) $A \cap A_2$; c) $A_1 \setminus A$; d) $A \setminus A_2$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

18. Se consideră mulțimile $M = \{-6, -4, -2, 0, 4, 6, 8\}$, $P = \{p \mid p \text{ este opusul lui } m, m \in M \cap \mathbb{Z}_+\}$ și $Q = \{q \mid q \text{ este opusul lui } m, m \in M \cap \mathbb{Z}_-\}$. Determinați mulțimile:

- a) $M \setminus (P \cup Q)$; b) $M \cap (P \cup Q)$; c) $(P \cup Q) \setminus M$.

19. Se consideră mulțimile $E = \{-11, -6, 0, 6, 7, 8\}$, $E_1 = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in E \setminus \mathbb{Z}_-\}$ și $E_2 = \{z \mid z \text{ este opusul lui } x, x \in E \setminus \mathbb{Z}_+\}$. Determinați mulțimile:

- a) $E \setminus (E_1 \cup E_2)$; b) $E \cap (E_1 \cup E_2)$; c) $(E_1 \cup E_2) \setminus E$.

20. Determinați mulțimile $E = \{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$ și $F = \{y \mid y \in \mathbb{Z}^*, y = -x, x \in E\}$, știind că îndeplinesc simultan condițiile:

1. $E \cup F = \{-5, -3, -1, 0, 1, 3, 5\}$; 2. $E \setminus \mathbb{Z}_- = \{0, 5\}$; 3. $F \setminus \mathbb{Z}_+ = \{-5\}$.

21. Determinați mulțimile $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$ și $B = \{y \mid y = -x, x \in A\}$, știind că îndeplinesc simultan condițiile:

1. $A \cap \mathbb{Z}_- = \{-7, -3\}$; 2. $B \setminus \mathbb{Z}_+ = \{-3, 0\}$.

22. Se consideră mulțimile $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$ și $B = \{y \mid y = -x, x \in E\}$. Determinați mulțimea $A \cap B$, știind că mulțimile A și B îndeplinesc simultan condițiile:

1. $A \neq B$; 2. $A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; 3. $A \cap \mathbb{Z}_- = \{-2, -1\}$.

Lecția 4. Adunarea numerelor întregi. Proprietățile adunării



Citesc și rețin

Suma a două numere întregi x și y este un număr întreg unic, notat $x + y$. Operația prin care se obține suma a două numere se numește **adunare**.

Suma numerelor întregi x și y , pe care o notăm cu S , se obține astfel:

- dacă $x > 0$ și $y > 0$, atunci $S = +(|x| + |y|)$;
- dacă $x < 0$ și $y < 0$, atunci $S = -(|x| + |y|)$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| > |y|$, atunci $S = +(|x| - |y|)$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| = |y|$, atunci $S = 0$;
- dacă $x > 0$, $y < 0$ și $|x| < |y|$, atunci $S = -(|y| - |x|)$;
- dacă $x = 0$, atunci $S = y$, iar dacă $y = 0$, atunci $S = x$.

Proprietățile adunării

- **Comutativitatea:** $x + y = y + x$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}$;
- **Asociativitatea:** $(x + y) + z = x + (y + z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{Z}$;
- **0 este element neutru:** $x + 0 = 0 + x = x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}$.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

- a) $5 + 39$; b) $(-7) + (-8)$; c) $14 + (-8)$; d) $(-29) + 16$.

Soluție:

- a) $5 + 39 = +(5 + 39) = +44 = 44$; b) $(-7) + (-8) = -(7 + 8) = -15$;
- c) $14 + (-8) = +(14 - 8) = +6 = 6$; d) $(-29) + 16 = -(29 - 16) = -13$.

2. Calculați:

- a) $(-12) + (-23) + 31$; b) $|-8| + (-27) + |16|$.

Soluție:

- a) $(-12) + (-23) + 31 = (-35) + 31 = -4$;
- b) $|-8| + (-27) + |16| = 8 + (-27) + 16 = -19 + 16 = -3$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

- a) $(-5) + (-7) = \square \square \square$ b) $(-4) + (-6) = \square \square \square$ c) $(-6) + (-9) = \square \square \square$
d) $(-14) + (-4) = \square \square \square$ e) $(-7) + (-25) = \square \square \square$ f) $(-29) + (-8) = \square \square \square$

2. Efectuați:

- a) $8 + (-2) = \square \square \square$ b) $(-5) + 8 = \square \square \square$ c) $9 + (-7) = \square \square \square$
d) $(-19) + 8 = \square \square \square$ e) $6 + (-23) = \square \square \square$ f) $(-28) + 9 = \square \square \square$

3. Completați tabelul următor:

| | | | | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | -20 | 45 | -26 | -25 | -50 | 80 | -70 | -67 |
| y | 32 | -23 | -18 | -35 | 15 | -45 | -20 | 42 |
| $x + y$ | | | | | | | | |

4. Aflați suma următoarelor numere întregi:

- a) -5 și -8; b) 13 și -7; c) -4 și -9; d) -6 și 16;
 e) -26 și -8; f) 29 și -35; g) -4 și -49; h) -56 și 27.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| f) | 29 + (-35) = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| h) | (-56) + 27 = | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

5. Într-o zi de iarnă, temperatura minimă pe țară a fost de -21°C . Determinați temperatura minimă pe țară din ziua următoare, știind că aceasta a fost mai scăzută cu 2°C .

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Marea Moartă se află la altitudinea de -394 m . O echipă de cercetători a scufundat o cameră de luat vederi la adâncimea de 17 m pentru a detecta eventualele forme de viață din această mare. Determinați altitudinea camerei de luat vederi.

7. Calculați:

- a) $(-5) + (-6) + (-25)$; b) $(-7) + (-32) + (-4)$; c) $(-39) + (-8) + (-3)$;
 d) $(-2) + (-45) + (-12)$; e) $(-19) + (-6) + (-52)$; f) $(-56) + (-7) + (-15)$.

8. Calculați:

- a) $(-18) + 24 + (-8)$; b) $(-14) + (-9) + 20$; c) $25 + (-17) + (-28)$;
 d) $(-27) + 31 + (-11)$; e) $(-38) + 30 + (-17)$; f) $(-42) + (-16) + 70$.

9. Calculați:

- a) $|-21| + (-5)$; b) $(-19) + |-7|$; c) $|26| + (-12)$;
 d) $|-6| + (-37)$; e) $(-34) + |18|$; f) $|-35| + (-8)$.

10. Calculați:

- a) $|-12| + |25| + (-20)$; b) $|26| + (-80) + |-45|$; c) $(-49) + |-13| + |42|$;
 d) $|-54| + (-95) + |31|$; e) $|-43| + (-75) + |19|$; f) $(-80) + |25| + |-37|$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:

- a) $20 + (-25) + (-33) + 49$; b) $(-14) + (-13) + 30 + (-8)$;
 c) $(-24) + 27 + 20 + (-18)$; d) $(-45) + 29 + (-32) + (-2)$.

12. Calculați:

- a) $|-8| + (-37) + (-25) + |31|$; b) $(-4) + |-39| + (-63) + |17|$;
 c) $|61| + (-5) + |-24| + (-70)$; d) $(-57) + (-6) + |18| + |-35|$.

13. Temperatura maximă pe țară înregistrată la ora 7 în ziua de 27 februarie, anul 2016 a fost de -4°C și a crescut cu 1°C în fiecare din următoarele trei zile. Precizați temperatura maximă pe țară înregistrată la ora 7 în ziua de 1 martie.

14. Calculați $x + y$ și $y + (-x)$ în următoarele cazuri:

a) $x = (-72) + |-28| + (-87)$ și $y = |59| + (-98) + (-79)$;

b) $x = |92| + (-165) + (-83)$ și $y = (-75) + |-29| + 127$;

c) $x = (-59) + (-48) + |203|$ și $y = |-83| + (-312) + 158$.

15. Calculați suma elementelor mulțimii A în următoarele cazuri:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 123\}$;

b) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 201\}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Calculați suma elementelor mulțimii E în următoarele cazuri:

a) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -21 \leq x < 73\}$;

b) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -97 < x \leq 48\}$.

17. Calculați $S_1 + S_2$, știind că:

a) $S_1 = (-2) + (-4) + (-6) + \dots + (-200)$ și $S_2 = (-3) + (-6) + (-9) + \dots + (-600)$;

b) $S_1 = (-4) + (-8) + (-12) + \dots + (-92)$ și $S_2 = (-6) + (-12) + (-18) + \dots + (-96)$.

18. Calculați $S_1 + S_2$, știind că:

a) $S_1 = (-5) + (-10) + (-15) + \dots + (-500)$ și $S_2 = 6 + 12 + 18 + \dots + 300$;

b) $S_1 = 7 + 14 + 21 + \dots + 210$ și $S_2 = (-8) + (-16) + (-24) + \dots + (-120)$.

19. Se consideră suma: $S = 1 + (-3) + 5 + (-7) + \dots + 2021$. Calculați valoarea absolută a sumei S .

20. Se consideră numărul întreg $a = (-1) + 2 + (-3) + \dots + (-2013)$. Determinați opusul numărului întreg a .

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Se dă suma $s = |-1| + |(-1) + 1| + |(-1) + 1 + (-1)| + \dots + \underbrace{|(-1) + 1 + (-1) + \dots + (-1)|}_{n \text{ termeni}}$.

Determinați numărul natural n pentru care $s = 101$.

22. Abscisele a n puncte distincte de pe axa numerelor sunt numere întregi consecutive, cu suma egală cu 49. Determinați n .

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 1/2022)



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Calculați suma următoarelor numere întregi:

a) -24 și 45 ;

b) -32 și -9 ;

c) -27 și -30 .

(3p) 2. Calculați:

a) $(-19) + 28 + (-2)$;

b) $34 + (-14) + (-20)$;

c) $-55 + (-60) + (-1)$.

20 (3p) 3. Calculați $x + y$ știind că: $x = |27| + |-5| + (-81)$ și $y = |-46| + |4| + (-60) + 11$.

Lecția 9. Reguli de calcul cu puteri



Citesc și rețin

Regulile de calcul cu puteri care au baza număr întreg sunt aceleași ca și în cazul puterilor care au baza număr natural.

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$;
- $a^m : a^n = a^{m-n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}, m \geq n$;
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}^*$ și $m, n \in \mathbb{N}$;
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}^*$ și $m \in \mathbb{N}$;
- $(a : b)^m = a^m : b^m$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Z}^*$ și $m \in \mathbb{N}$.



Cum se aplică?

1. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

- a) $(-5)^{19} \cdot (-5)^8$; b) $(-6)^{41} : (-6)^7$; c) $[(-7)^{10}]^4$.

Soluție:

- a) $(-5)^{19} \cdot (-5)^8 = (-5)^{19+8} = (-5)^{27}$; b) $(-6)^{41} : (-6)^7 = (-6)^{41-7} = (-6)^{34}$;
c) $[(-7)^{10}]^4 = (-7)^{10 \cdot 4} = (-7)^{40}$.

2. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

- a) $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7$; b) $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3$.

Soluție:

- a) $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7 = [(-19)^{1+4+5}]^7 = [(-19)^{10}]^7 = (-19)^{10 \cdot 7} = (-19)^{70}$;
b) $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3 = [(-3)^{1+3}]^5 : (-3)^{4 \cdot 3} = (-3)^{4 \cdot 5} : (-3)^{12} = (-3)^{4 \cdot 5} : (-3)^{12} = (-3)^{20-12} = (-3)^8$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $(-2)^{23} \cdot (-2)^{51} = (-2)^{74}$; b) $(-4)^{60} \cdot (-4)^{37} = (-4)^{23}$;
c) $(-3)^{53} : (-3)^{20} = (-3)^{33}$; d) $(-6)^{29} : (-6)^{15} = (-6)^{14}$;
e) $[(-5)^{12}]^4 = (-5)^{48}$; f) $[(-7)^{80}]^5 = (-7)^{18}$;

2. Efectuați următoarele înmulțiri, folosind formula $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$:

- a) $13^{25} \cdot 13^{15} = \dots\dots\dots$; b) $17^{19} \cdot 17^{18} = \dots\dots\dots$; c) $19^{23} \cdot 19^{17} = \dots\dots\dots$;
d) $(-5)^{30} \cdot (-5)^9 = \dots\dots\dots$; e) $(-6)^5 \cdot (-6)^{38} = \dots\dots\dots$; f) $(-3)^8 \cdot (-3)^{36} = \dots\dots\dots$

3. Efectuați următoarele împărțiri, folosind formula $a^m : a^n = a^{m-n}$:

- a) $29^{40} : 29^{25} = \dots\dots\dots$; b) $31^{35} : 31^{16} = \dots\dots\dots$; c) $43^{42} : 43^{18} = \dots\dots\dots$;
d) $(-2)^{40} : (-2)^5 = \dots\dots\dots$; e) $(-5)^{48} : (-5)^9 = \dots\dots\dots$; f) $(-7)^{52} : (-7)^7 = \dots\dots\dots$

4. Efectuați următoarele ridicări la putere, folosind formula $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$:
- a) $(13^4)^{13} = \dots\dots\dots$; b) $(17^{10})^6 = \dots\dots\dots$; c) $(19^{14})^3 = \dots\dots\dots$;
d) $[(-5)^7]^{10} = \dots\dots\dots$; e) $[(-6)^6]^{13} = \dots\dots\dots$; f) $[(-7)^4]^{19} = \dots\dots\dots$
5. Efectuați, aplicând formula $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$:
- a) $(-11)^2 \cdot (-11)^7 \cdot (-11)^{12} = \dots\dots\dots$; b) $(-13)^3 \cdot (-13)^5 \cdot (-13)^7 = \dots\dots\dots$;
c) $(-17)^4 \cdot (-17)^2 \cdot (-17)^8 = \dots\dots\dots$; d) $(-19)^2 \cdot (-19)^6 \cdot (-19)^9 = \dots\dots\dots$

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Calculați, scriind rezultatele sub formă de puteri:
- a) $(11^3 \cdot 11^{10}) : 11^5$; b) $(13^5 \cdot 13^{15}) : 13^9$; c) $(17^2 \cdot 17^{14}) : 17^6$;
d) $[(-2)^5 \cdot (-2)^{34}] : (-2)^{10}$; e) $[(-3)^9 \cdot (-3)^{30}] : (-3)^{13}$; f) $[(-5)^7 \cdot (-5)^{45}] : (-5)^{27}$.
7. Calculați, scriind rezultatul sub formă de putere:
- a) $[(-7)^{20} : (-7)^{13}] \cdot (-7)^{10}$; b) $[(-6)^{24} : (-6)^{15}] \cdot (-6)^{11}$; c) $(-5)^{13} \cdot [(-5)^{40} : (-5)^{25}]$.
8. Calculați, scriind rezultatele sub formă de puteri:
- a) $(17 \cdot 17^6 \cdot 17^{10})^4$; b) $(13 \cdot 13^5 \cdot 13^{18})^5$; c) $(19 \cdot 19^8 \cdot 19^{13})^3$;
d) $[(-2) \cdot (-2)^9 \cdot (-2)^{30}]^2$; e) $[(-3) \cdot (-3)^7 \cdot (-3)^{15}]^4$; f) $[(-7) \cdot (-7)^5 \cdot (-7)^{12}]^3$.
9. Calculați, scriind rezultatul sub formă de putere:
- a) $\{[(-11)^2]^3\}^4 : (-11)^{10}$; b) $\{[(-13)^3]^4\}^5 : (-13)^{40}$; c) $(-17)^{70} : \{[(-17)^3]^5\}^4$.
10. Calculați, scriind rezultatele sub formă de puteri:
- a) $[(-7)^{14} \cdot (-7)^5] : [(-7)^5]^8$; b) $[(-3)^{10}]^5 : [(-3) \cdot (-3)^{10}]^2$;
c) $[(-5)^{12}]^4 : [(-5) \cdot (-5)^{11}]^3$; d) $[(-2)^{15}]^4 : [(-2) \cdot (-2)^{15}]^2$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:
- a) $[(-2) \cdot (-2)^{12}]^3 : [(-2)^2 \cdot (-2)^3]^7$; b) $[(-3)^3 \cdot (-3)^4]^3 : [(-3) \cdot (-3)^5]^3$;
c) $[(-5)^8 \cdot (-5)^5]^3 : [(-5)^8 \cdot (-5)]^5$; d) $[(-7)^9 : (-7)]^7 : [(-7)^4 \cdot (-7)^5]^6$.
12. Calculați:
- a) $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^3)^8 : (-8)^{15}$; b) $(3 \cdot 3^4 \cdot 3^5)^4 : (-9)^{19}$;
c) $(-16)^{10} : [(-2) \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^7]^3$; d) $(-27)^{16} : [(-3) \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^5]^5$.
13. Calculați:
- a) $(-10)^{25} : [(-5) \cdot (-5)^2 \cdot (-5)^3]^4$; b) $(-10)^{21} : [(-2) \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^5]^2$;
c) $(-21)^{27} : [(-3) \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^4]^3$; d) $(-21)^{36} : [(-7) \cdot (-7)^3 \cdot (-7)^3]^5$.
14. Comparați următoarele numere întregi:
- a) $7^{31}, 3^{32}$; b) $3^{35}, 5^{34}$; c) $(-5)^{39}, (-2)^{41}$; d) $(-2)^{49}, (-3)^{47}$.
15. Calculați:
- a) $\{[(-7) \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^3]^4 : [(-7)^3]^7\}^{11} : 7^{31}$; b) $5^{35} : \{[(-5) \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^5]^3 : [(-5)^4]^6\}^{11}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere întregi:
- a) $(-4)^{31}, (-8)^{21}, (-16)^{15}$; b) $(-9)^{21}, (-3)^{41}, (-81)^{11}$.

17. Scrieți în ordine descrescătoare următoarele numere întregi:

a) $(-2)^{75}$, -5^{30} , $(-3)^{45}$; b) $(-2)^{93}$, $(-7)^{31}$, -3^{62} .

18. Comparați numerele x și y în următoarele cazuri:

a) $x = 7 \cdot 3^{39}$ și $y = 2^{61}$; b) $x = 5^{35}$ și $y = 2 \cdot 3^{52}$;
c) $x = 3 \cdot (-2)^{289}$ și $y = (-11)^{83}$; d) $x = 2 \cdot (-11)^{75}$ și $y = (-5)^{113}$.

19. Comparați numerele întregi x și y în următoarele cazuri:

a) $x = 5^{31} - 5^{30}$, $y = 2^{72}$; b) $x = 2^{53} - 2^{49}$, $y = 11^{15}$;
c) $x = (-3)^{49}$, $y = (-13)^{21}$; d) $x = (-2)^{55}$, $y = (-3)^{35}$.

20. Se consideră numărul $a = [(-2)^{23}]^5 : [(-2) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot \dots \cdot (-2)^{10} + (-2)^{55}]^2 + 2^3$.
Arătați că $a = 0$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Calculați suma:

$$S = |2^0 + 2^1 - 2^2| + |2^1 + 2^2 - 2^3| + |2^2 + 2^3 - 2^4| + \dots + |2^{97} + 2^{98} - 2^{99}|.$$

22. Pe tablă sunt scrise puterile $(-7)^1$, $(-7)^2$, $(-7)^3$, ..., $(-7)^{101}$. Se aleg trei puteri, iar produsul puterilor cu exponenți mai mari se împarte la puterea cu exponentul cel mai mic, rezultatul se scrie pe tablă, iar cele trei puteri se șterg. Se repetă procedeul până când pe tablă rămâne un singur număr. Stabiliți semnul aceluși număr.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 5/2023)



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Calculați:

a) $11^{10} \cdot 11^{13}$; b) $[(-6)^5]^9$; c) $17^{35} : 17^{14}$.

(3p) 2. Calculați:

a) $[(-3)^2 \cdot (-3)^3]^4 : (-3)^{18}$; b) $(-2)^{25} : [(-4)^3 \cdot (-8)^5]$.

(3p) 3. Comparați numerele întregi $x = (-2)^{49} - (-2)^{52} + (-2)^{53}$ și $y = (-5)^{23}$.

Lecția 10. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu numere întregi



Citesc și rețin

Adunarea și scăderea sunt operații de ordinul I, înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul al II-lea, iar ridicarea la putere este operație de ordinul al III-lea.

Dacă într-un exercițiu sunt numai operații de același ordin, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise.

Dacă într-un exercițiu sunt operații de ordine diferite, efectuăm:

- mai întâi operațiile de ordinul al III-lea;
- apoi operațiile de ordinul al II-lea;
- în final operațiile de ordinul I.

Capitolul IV

MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

Lecția 14. Mulțimea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional



Citesc și rețin

Definiție: Orice pereche de numere naturale (a, b) , $a \neq 0$, $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$ reprezintă un număr rațional pozitiv.

Orice fracție echivalentă cu fracția $\frac{a}{b}$ reprezintă același număr rațional pozitiv, prin urmare mulțimea fracțiilor echivalente cu fracția $\frac{a}{b}$ reprezintă numărul rațional pozitiv $\frac{a}{b}$.

Exemplu: Mulțimea $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \dots\right\}$ reprezintă numărul rațional pozitiv $\frac{1}{2}$.

Mulțimea numerelor raționale pozitive se notează cu \mathbb{Q}_+ .

Definiție: Dacă $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbb{N}^*$, $b \in \mathbb{N}^*$) este un număr rațional pozitiv, numărul $-\frac{a}{b}$ îl vom numi număr rațional negativ.

Mulțimea numerelor raționale negative se notează cu \mathbb{Q}_- .

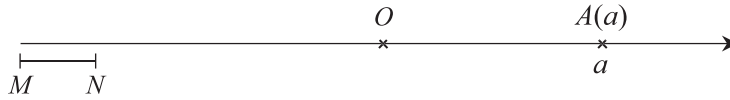
Reuniunea mulțimilor \mathbb{Q}_- , $\{0\}$ și \mathbb{Q}_+ se numește mulțimea numerelor raționale și se notează cu \mathbb{Q} . În concluzie: $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}_+$.

Definiție: O pereche de numere întregi (a, b) , $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$ reprezintă un număr rațional.

Observații:

- Între mulțimile \mathbb{N} , \mathbb{Z} și \mathbb{Q} au loc incluziunile: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
- Orice număr rațional poate fi reprezentat printr-o fracție ordinară sau printr-o fracție zecimală finită sau infinită periodică (simplă sau mixtă).
- Transformarea unei fracții ordinare în fracție zecimală și transformarea unei fracții zecimale în fracție ordinară au fost predate în clasa a V-a.

Axa numerelor este o dreaptă pe care se fixează un punct O , numit origine, se stabilește un sens de parcurgere (de la origine spre dreapta), și se alege o unitate de măsură (un segment MN de lungime oarecare).



Oricărui număr rațional a îi corespunde pe axa numerelor un punct A , notat $A(a)$, care se numește imaginea numărului a . Numărul rațional a se numește abscisa punctului A .

Definiție: Două numere raționale se numesc opuse dacă sunt abscisele a două puncte de pe axa numerelor, simetrice în raport cu originea acesteia.

Observație: Opusul numărului rațional 0 este 0.

Exemple: opusul numărului $\frac{4}{5}$ este $-\frac{4}{5}$; opusul numărului $-\frac{3}{8}$ este $\frac{3}{8}$.

Definiție: Distanța, măsurată pe axa numerelor, între origine și punctul a cărui abscisă este numărul rațional x se numește modulul lui x și se notează $|x|$.



Proprietățile modulului

1. $|x| \geq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q}$. 2. $|x| = 0$, dacă și numai dacă $x = 0$.

3. $|x| = |-x|$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q}$. 4. $|x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$

Definiție: Partea întreagă a numărului rațional x , notată $[x]$, este cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu x .

Exemple: $\left[\frac{8}{3} \right] = \left[2\frac{2}{3} \right] = 2$; $[-7,2] = -8$.

Observație: Dacă $x \in \mathbb{Q}$, atunci $[x] \leq x < [x] + 1$.

Definiție: Partea fracționară a numărului rațional x , notată $\{x\}$ este diferența dintre x și partea sa întreagă ($\{x\} = x - [x]$).

Exemple: $\left\{ \frac{8}{3} \right\} = \frac{8}{3} - \left[\frac{8}{3} \right] = \frac{8}{3} - 2 = \frac{8}{3} - \frac{6}{3} = \frac{2}{3} = 0,(\overline{6})$; $\{-7,2\} = -7,2 - [-7,2] = -7,2 - (-8) = -7,2 + 8 = 0,8$.

Observație: Dacă $x \in \mathbb{Q}$, atunci $0 \leq \{x\} < 1$.



Cum se aplică?

1. Transformați în fracții ordinare ireductibile următoarele fracții zecimale:

a) 1,2;

b) 4,(6);

c) 2,8(3).

Soluție:

a) $1,2 = \frac{12^{(2)}}{10} = \frac{6}{5}$;

b) $4,(6) = 4\frac{6^3}{9} = 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$;

c) $2,8(3) = 2\frac{83-8}{90} = 2\frac{75^{(15)}}{90} = 2\frac{5}{6} = \frac{17}{6}$.

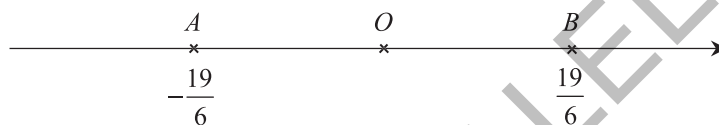
2. Se consideră numărul rațional $x = \frac{19}{6}$.

a) Reprezentați pe axa numerelor opusul și modulul numărului rațional x .

b) Pentru opusul numărului rațional x determinați partea întreagă și partea fracționară scrisă sub formă zecimală.

Soluție:

a) Opusul numărului $\frac{19}{6}$ este $-\frac{19}{6}$, iar modulul este $|\frac{19}{6}| = \frac{19}{6}$.



b) $-x = -\frac{19}{6} = -3\frac{1}{6}$, deci $[-x] = -4$; $-\frac{19}{6} = -3,1(6)$, deci $\{-x\} = -\frac{19}{6} - (-4) = -\frac{19}{6} + 4 = -\frac{19}{6} + \frac{24}{6} = \frac{5}{6} = 0,8(3)$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Se consideră mulțimea $A = \left\{ \frac{1}{2}, -\frac{3}{5}, \frac{7}{6}, -\frac{4}{11}, -\frac{27}{8}, \frac{16}{45} \right\}$. Enumerați elementele mulțimilor:

a) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Q}_+\}$;

b) $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Q}_-\}$.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a) | | | | | | | | | | | | | | |
| b) | | | | | | | | | | | | | | |

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. Opusul numărului rațional:

a) $\frac{13}{2}$ este $\frac{2}{13}$; b) $-\frac{7}{9}$ este $\frac{7}{9}$; c) $\frac{5}{6}$ este $-\frac{5}{6}$; d) $\frac{8}{5}$ este $-\frac{5}{8}$.

3. Scrieți sub formă zecimală următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{813}{10} = \dots$; b) $\frac{27}{10} = \dots$; c) $\frac{43}{10} = \dots$; d) $\frac{581}{10} = \dots$;
 e) $\frac{89}{10} = \dots$; f) $-\frac{3}{10} = \dots$; g) $-\frac{7}{10} = \dots$; h) $\frac{111}{10} = \dots$.

4. Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

a) $\frac{103}{100} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{51}{100} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{29}{100} = \dots\dots\dots$; d) $\frac{801}{100} = \dots\dots\dots$;
e) $\frac{1103}{100} = \dots\dots\dots$; f) $-\frac{9}{100} = \dots\dots\dots$; g) $-\frac{7}{100} = \dots\dots\dots$; h) $\frac{5161}{100} = \dots\dots\dots$.

5. Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

a) $\frac{4019}{1000} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{803}{1000} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{207}{1000} = \dots\dots\dots$; d) $\frac{6421}{1000} = \dots\dots\dots$;
e) $-\frac{53}{1000} = \dots\dots\dots$; f) $-\frac{9}{1000} = \dots\dots\dots$; g) $-\frac{7}{1000} = \dots\dots\dots$; h) $-\frac{81}{1000} = \dots\dots\dots$.

6. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\left| \frac{17}{31} \right| = \frac{17}{31}$; b) $\left| -\frac{4}{5} \right| = -\frac{4}{5}$; c) $\left| -\frac{3}{8} \right| = \frac{3}{8}$;
d) $\left| -\frac{2}{5} \right| = \frac{2}{5}$; e) $\left| \frac{19}{24} \right| = \left| -\frac{19}{24} \right|$; f) $\left| \frac{7}{6} \right| = -\frac{7}{6}$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

7. Scrieți opusele următoarelor numere raționale:

a) $\frac{5}{2}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $-\frac{8}{5}$; d) $-\frac{4}{3}$;
e) $\frac{11}{8}$; f) $-\frac{26}{17}$; g) $-\frac{16}{35}$; h) $\frac{41}{72}$.

8. Calculați:

a) $\left| \frac{7}{6} \right|$; b) $\left| -\frac{8}{3} \right|$; c) $\left| -\frac{5}{9} \right|$; d) $\left| \frac{2}{5} \right|$;
e) $\left| \frac{34}{15} \right|$; f) $\left| -\frac{72}{13} \right|$; g) $\left| -\frac{25}{16} \right|$; h) $\left| \frac{81}{98} \right|$.

9. Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{71}{5}$; c) $\frac{9}{4}$; d) $\frac{8}{25}$; e) $\frac{51}{50}$; f) $\frac{4}{5}$; g) $\frac{27}{4}$; h) $\frac{1}{8}$.

10. Scrieți sub formă zecimală următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{13}{3}$; b) $\frac{25}{9}$; c) $\frac{37}{9}$; d) $\frac{56}{3}$; e) $\frac{22}{15}$; f) $\frac{73}{18}$; g) $\frac{61}{24}$; h) $\frac{97}{30}$.

11. Scrieți sub formă de fracții ordinare ireductibile:

a) 6,5 ; b) 0,24 ; c) 17,5 ; d) 5,04 ;
e) 1,125 ; f) 0,016 ; g) 0,0048 ; h) 0,0375 .

12. Scrieți sub formă de fracții ordinare ireductibile:

- a) 0,(3); b) 0,(6); c) 7,(3); d) 5,(6);
e) 4,(18); f) 0,(36); g) 1,(03); h) 2,(54).

13. Calculați:

a) $\left|2\frac{1}{4}\right| - \left|-\frac{1}{4}\right|$; b) $\left|1\frac{2}{5}\right| + \left|-\frac{8}{5}\right|$; c) $\left|-2\frac{5}{6}\right| - \left|-\frac{5}{6}\right|$; d) $\left|-\frac{7}{8}\right| + \left|3\frac{1}{8}\right|$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

14. Scrieți sub formă de fracții ordinare ireductibile:

- a) 0,1(3); b) 0,1(6); c) 1,2(6); d) 2,2(3);
e) 14,8(3); f) 1,02(7); g) 0,24(54); h) 0,2(387).

15. Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere raționale:

a) $\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{4}, -\frac{11}{4}$; b) $\frac{5}{3}, -\frac{7}{6}, -\frac{25}{6}, \frac{16}{3}$;
c) $-\frac{11}{6}, -\frac{9}{2}, \frac{13}{3}, \frac{17}{6}$; d) $\frac{5}{5}, -\frac{16}{5}, \frac{27}{10}, -\frac{9}{2}$.

16. Determinați partea întreagă și partea fracționară scrisă sub forma zecimală pentru numărul rațional:

a) $\frac{12}{25}$; b) 2,75; c) 41,(3); d) 1,(54); e) -5,(6); f) $-\frac{11}{6}$.

17. Calculați:

a) $|-0,(3)| + \left|2\frac{2}{3}\right|$; b) $\left|-3\frac{2}{3}\right| - |-1,(3)|$; c) $\left|3\frac{1}{3}\right| - |-1,(6)|$;
d) $|3,1(6)| - \left|-2\frac{5}{6}\right|$; e) $|-0,6(1)| + \left|-3\frac{7}{18}\right|$; f) $\left|-5\frac{1}{6}\right| - |4,8(3)|$.

18. Determinați a 75-a zecimală a următoarelor numere raționale:

- a) 17,(2); b) 40,(5); c) 1,(24); d) 5,(75);
e) 802,(107); f) 300,2(58); g) 10,1(203); h) 1,73(425).

19. Determinați numărul întreg x pentru care următoarea fracție ordinară este echiunitară:

a) $\frac{2x-19}{4x-11}$; b) $\frac{7x+14}{3x+26}$; c) $\frac{3x+27}{8x-18}$.

20. Se consideră numerele raționale $a = \overline{x,(yx)} + \overline{y,(xy)}$ și $b = \overline{x,y(x)} + \overline{y,x(y)}$, unde $x \neq 0, y \neq 0$ și $x \neq y$. Arătați că $a = b$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

21. Determinați numărul întreg n pentru care următoarele fracții ordinare sunt echivalente:

a) $\frac{4}{2n-2}, \frac{7}{4n-1}$; b) $\frac{3n-3}{4}, \frac{2n+5}{5}$; c) $\frac{3}{4n-7}, \frac{6}{5n+4}$.

Lecția 20. Împărțirea numerelor raționale



Citesc și rețin

Câțul numerelor raționale x și y , $y \neq 0$, este **acel număr rațional z** , pentru care $x = y \cdot z$. Numărul z se va nota $x : y$. Operația prin care se obține câțul a două numere se numește **împărțire**.

Dacă $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, atunci $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ ($a \in \mathbb{Z}, b, c, d \in \mathbb{Z}^*$).

Observație: Dacă unul sau ambele numere raționale $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt reprezentate de fracții zecimale periodice, atunci fracțiile zecimale se transformă în fracții ordinare ireductibile și apoi se efectuează împărțirea.

Inversul numărului rațional x , $x \neq 0$, este numărul rațional $\frac{1}{x}$, notat x^{-1} .

Exemple: Inversul numărului rațional 4 este $\frac{1}{4}$. Inversul numărului rațional $\frac{2}{5}$ este $\frac{5}{2}$.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{10}{13} : \frac{3}{5}$;

b) $\left(-\frac{7}{8}\right) : \frac{3}{4}$;

c) $\left(-1\frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{5}{2}\right)$.

Soluție:

a) $\frac{10}{13} : \frac{3}{5} = \frac{10}{13} \cdot \frac{5}{3} = \frac{50}{39} = 1\frac{11}{39}$;

b) $\left(-\frac{7}{8}\right) : \frac{3}{4} = -\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 3} = -\frac{7}{6}$;

c) $\left(-1\frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{5}{2}\right) = +1\frac{7}{8} : \frac{5}{2} = \frac{15}{8} : \frac{5}{2} = \frac{15}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 1} = \frac{3}{4}$.

2. Efectuați:

a) $5\frac{1}{3} : \left(-\frac{4}{9}\right) : \left(-\frac{8}{5}\right)$;

b) $1,25 : 0,8(3)$;

c) $\left(-\frac{7}{9}\right) : \frac{2}{3} + 1\frac{3}{8}$.

Soluție:

a) $5\frac{1}{3} : \left(-\frac{4}{9}\right) : \left(-\frac{8}{5}\right) = +5\frac{1}{3} : \frac{4}{9} : \frac{8}{5} = \frac{16}{3} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{2} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$;

$$b) 1,25 : 0,8(3) = \frac{125}{100} : \frac{83-8}{90} = \frac{125}{100} : \frac{75}{90} = \frac{5}{4} : \frac{5}{6} = \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2};$$

$$c) \left(-\frac{7}{9}\right) : \frac{2}{3} + 1\frac{3}{8} = -\frac{7}{9} : \frac{2}{3} + \frac{11}{8} = -\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{2} + \frac{11}{8} = -\frac{7}{6} + \frac{11}{8} = -\frac{14}{12} + \frac{16\frac{1}{2}}{12} = \frac{-14+16\frac{1}{2}}{12} = \frac{2\frac{1}{2}}{12} = \frac{5}{24}.$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Scrieți inversele următoarelor numere raționale:

- a) 4; b) 7; c) 11; d) 54; e) $\frac{1}{5}$; f) $\frac{1}{9}$; g) $\frac{1}{23}$; h) $\frac{1}{61}$;
 i) $\frac{4}{3}$; j) $\frac{5}{8}$; k) $\frac{17}{29}$; l) $\frac{79}{25}$; m) $3\frac{2}{3}$; n) $2\frac{4}{5}$; o) $-1\frac{3}{4}$; p) $-2\frac{5}{7}$.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| c) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2. Efectuați:

- a) $\frac{4}{3} : 5$; b) $\frac{7}{2} : 4$; c) $6 : \frac{5}{7}$; d) $\frac{3}{5} : (-8)$; e) $\left(-\frac{7}{2}\right) : 3$;
 f) $(-9) : \frac{2}{7}$; g) $(-10) : \left(-\frac{9}{2}\right)$; h) $(-12) : \left(-\frac{7}{5}\right)$; i) $\left(-\frac{5}{4}\right) : (-21)$.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| h) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

3. Efectuați:

- a) $\frac{7}{4} : \frac{5}{3}$; b) $\frac{3}{2} : \frac{7}{5}$; c) $\frac{8}{3} : \frac{5}{7}$;
 d) $\left(-\frac{8}{9}\right) : \frac{5}{2}$; e) $\left(-\frac{9}{7}\right) : \frac{5}{6}$; f) $\frac{7}{8} : \left(-\frac{5}{3}\right)$;
 g) $\left(-\frac{5}{9}\right) : \left(-\frac{8}{13}\right)$; h) $\left(-\frac{4}{5}\right) : \left(-\frac{9}{11}\right)$; i) $\left(-\frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{10}{3}\right)$.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| e) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

4. Efectuați:

- a) $2\frac{1}{12} : \frac{5}{4}$; b) $\frac{16}{9} : 2\frac{2}{3}$; c) $\frac{18}{35} : 5\frac{1}{7}$;
d) $\left(-\frac{28}{15}\right) : 4\frac{1}{5}$; e) $1\frac{7}{18} : \left(-\frac{10}{9}\right)$; f) $\left(-\frac{15}{14}\right) : 3\frac{4}{7}$;
g) $\left(-\frac{35}{16}\right) : \left(-3\frac{1}{8}\right)$; h) $\left(-\frac{35}{32}\right) : \left(-2\frac{5}{8}\right)$; i) $\left(-1\frac{17}{28}\right) : \left(-\frac{25}{42}\right)$.

| | | |
|----|--|--|
| h) | $\left(-\frac{35}{32}\right) : \left(-2\frac{5}{8}\right) =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |

5. Pentru confecționarea unei cămăși se folosesc $1\frac{1}{2}$ metri de material. Aflați câte cămăși se pot confecționa din 15 metri de material.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Efectuați:

- a) $\frac{14}{27} : 2\frac{2}{3} : \left(-\frac{7}{15}\right)$; b) $1\frac{7}{18} : \left(-\frac{5}{9}\right) : \frac{35}{16}$;
c) $\left(-\frac{12}{49}\right) : 1\frac{1}{14} : \left(-\frac{20}{21}\right)$; d) $\left(-\frac{8}{25}\right) : \left(-3\frac{11}{15}\right) : \frac{9}{28}$;
e) $\left(-1\frac{13}{27}\right) : \left(-\frac{20}{9}\right) : \left(-\frac{10}{21}\right)$; f) $\left(-\frac{18}{25}\right) : \left(-2\frac{1}{10}\right) : \left(-\frac{16}{21}\right)$.

7. Efectuați:

- a) $1,6 : 1,(7)$; b) $5,(3) : 2,4$; c) $2,5 : 1,(6)$;
d) $0,2(6) : 0,64$; e) $0,56 : 0,2(3)$; f) $0,8(3) : 6,25$.

8. De-a lungul unei străzi cu lungimea de $75\frac{3}{5}$ m se amenajează parcări cu lungimea de $4\frac{1}{5}$ m. Aflați câte parcări se pot amenaja.

9. Câtul a două numere raționale este egal cu $-4,2(6)$. Aflați împărțitorul, dacă deîmpărțitul este egal cu:

- a) $-6,4$; b) $-1,(3)$; c) $-3,(5)$; d) $0,5(3)$.

10. Efectuați:

$$\text{a) } \frac{\frac{3}{4} : \frac{1}{2}}{\frac{4}{8} : \frac{5}{9}};$$

$$\text{b) } \frac{\frac{9}{8} : \frac{3}{2}}{\frac{6}{5} : \frac{18}{5}};$$

$$\text{c) } \frac{\frac{9}{16} : \frac{3}{2}}{\frac{2}{15} : \frac{3}{4}}.$$

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Efectuați:

$$\text{a) } \frac{4}{5} : \frac{\left(-1\frac{11}{25}\right) : \frac{4}{15}}{\left(-1\frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right)};$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} : \frac{\left(-\frac{14}{15}\right) : \left(-1\frac{1}{5}\right)}{2\frac{9}{20} : 2\frac{5}{8}};$$

$$\text{c) } \frac{7}{8} : \frac{\frac{24}{35} : \left(-2\frac{4}{7}\right)}{\left(-\frac{11}{9}\right) : \left(2\frac{7}{24}\right)}.$$

12. Un apicultor a recoltat într-o vară cantitatea de $10\frac{5}{8}$ q de miere. Din această cantitate, $\frac{4}{5}$ era miere polifloră, iar restul era miere de salcâm, care a fost ambalată în borcane cu masa de $1\frac{1}{4}$ kg. Aflați câte borcane au fost necesare pentru această operație.

13. Calculați:

$$\text{a) } 2\frac{2}{5} - \frac{4}{5} : \left(-\frac{8}{9}\right);$$

$$\text{b) } 2\frac{1}{3} + \left(-\frac{4}{9}\right) : \frac{5}{6};$$

$$\text{c) } \frac{11}{12} : \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{5}{6};$$

$$\text{d) } 2\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{18}\right) : \left(-\frac{20}{3}\right);$$

$$\text{e) } \frac{8}{15} - \left(-\frac{7}{9}\right) : \left(-\frac{14}{15}\right);$$

$$\text{f) } \left(-\frac{21}{25}\right) : \left(-\frac{12}{5}\right) - \frac{5}{8}.$$

14. Calculați:

$$\text{a) } \left(-\frac{2}{9}\right) : 2, (6) + 1\frac{5}{9};$$

$$\text{b) } \frac{5}{4} : 1,3(8) - 1\frac{3}{8};$$

$$\text{c) } \left(-\frac{8}{7}\right) : 5, (3) - 1\frac{3}{4};$$

$$\text{d) } 0,75 : \left(-1\frac{1}{8}\right) - 0,1(6);$$

$$\text{e) } 0,2(7) : 1\frac{1}{4} + 0,25;$$

$$\text{f) } 0,36 : \left(-5\frac{2}{5}\right) - 1, (3).$$

15. Calculați:

$$\text{a) } \frac{4}{9} : \frac{2}{3} - \frac{8}{5} : \left(-\frac{4}{3}\right);$$

$$\text{b) } \frac{7}{6} : \frac{2}{9} + \left(-\frac{8}{3}\right) : \frac{5}{6};$$

$$\text{c) } \frac{9}{8} : \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{3}{2} : \frac{5}{4};$$

$$\text{d) } \left(-\frac{21}{25}\right) : \left(-\frac{14}{15}\right) - \frac{8}{9} : \frac{2}{3};$$

$$\text{e) } 1\frac{1}{15} : \frac{4}{9} - \left(-\frac{8}{27}\right) : \left(-\frac{2}{15}\right);$$

$$\text{f) } 1\frac{1}{35} : \frac{27}{14} - \left(-\frac{18}{35}\right) : \left(-\frac{5}{7}\right).$$

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Calculați:

$$\text{a) } \frac{0,3(8)}{1,75} : 3\frac{1}{3};$$

$$\text{b) } \frac{2,1(3)}{0,32} : 3\frac{8}{9};$$

$$\text{c) } \frac{4,2(6)}{0,64} : 5\frac{1}{3};$$

$$d) 7\frac{1}{2} : \frac{8,25}{0,6(1)}; \quad e) 5\frac{5}{8} : \frac{3,75}{0,2(7)}; \quad f) 3\frac{3}{8} : \frac{5,25}{5,8(3)}.$$

17. Calculați $(x : y)^2$, știind că:

$$x = \left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right) - \frac{1}{5} : 3\frac{3}{5} \text{ și } y = \frac{3}{8} : \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) : \frac{4}{15}.$$

18. Se consideră numerele $x = 0,2 \cdot 0,2(7) - 0,(6) : 0,75$ și $y = 0,25 : 0,(3) + 0,2 : 0,2(6)$. Calculați $|x : y|$.

19. Se consideră fracțiile ordinare $f_1 = \frac{5}{6} - \frac{3}{4} : \frac{2}{5}$, $f_2 = \frac{7}{10} + \frac{5}{16} + \frac{11}{20}$ și $f_3 = 2\frac{11}{24} - 1\frac{2}{9} + \frac{3}{8} - \frac{7}{6}$. Calculați $f_3^{37} : (f_1 : f_2)^{73}$.

20. Fie numerele raționale $a = \frac{21}{2,5} + \frac{21}{3,(3)} - \frac{21}{1,3(8)}$ și $b = \frac{12}{2,5} + \frac{12}{1,(6)} - \frac{12}{0,8(3)}$.

Rotunjiți la a doua zecimală câtul $a : b$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Rotunjiți la a treia zecimală numărul rațional:

$$a = \left[\frac{1}{\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(2-\frac{1}{3}\right)} + \frac{1}{\left(2-\frac{1}{3}\right)\left(3-\frac{1}{3}\right)} + \frac{1}{\left(3-\frac{1}{3}\right)\left(4-\frac{1}{3}\right)} + \dots + \frac{1}{\left(36-\frac{1}{3}\right)\left(37-\frac{1}{3}\right)} \right] : \frac{3}{5}.$$

22. Se consideră suma $S_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2)n}$, $n > 2$. Arătați că suma S_n este o fracție ordinară ireductibilă.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Calculați:

a) $2\frac{7}{9} : \frac{20}{27}$;

b) $\left(-\frac{4}{5}\right) : 3\frac{3}{5}$;

c) $\left(-2\frac{5}{8}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$.

(3p) 2. Calculați:

a) $2,8 : 1,(5)$;

b) $1,1(6) : 3,5$;

c) $3,(3) : 1,3(8)$.

(3p) 3. Se dă numărul rațional $a = 2\frac{1}{7} : \left(-3\frac{1}{3}\right) - \left(-4\frac{1}{6}\right) : 6\frac{2}{3}$. Arătați că $a^{-1} \in \mathbb{Z}$.

(1p) 5. Rezultatul calculului $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ este egal cu:

- A. $-\frac{42}{25}$; B. $\frac{16}{9}$; C. $\frac{25}{9}$; D. $-\frac{53}{16}$.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

(1p) 1. Determinați modulul numărului rațional $a = 3\frac{3}{8} : \left(-2\frac{1}{4}\right) - 1,5 \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) - \frac{3}{4}$.

(1p) 2. Determinați rezultatul calculului $\left(\frac{5}{6}\right)^{19} : \left\{ \left[\frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \right] : \frac{5}{3} - 1 \right\}^{17}$.

(1p) 3. Se dă numărul rațional $a = \{[1,25 + 0,8(3)] \cdot 1,2 - 3\}^3$. Arătați că $a^{-1} \in \mathbb{Z}$.

(1p) 4. Aproximați numărul rațional $x = \left(\frac{2}{3}\right)^{17} : \left[1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{2,1(3)}{0,512}\right]^{15}$ prin lipsă la ordinul miimilor.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a VI-a

Capitolul: Mulțimea numerelor raționale

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) 1. Suma fracțiilor ordinare $\frac{2}{3}$ și $\frac{3}{2}$ este egală cu $2\frac{1}{6}$. A F

(7p) 2. Inversa fracției ordinare $-\frac{17}{23}$ este $-\frac{23}{17}$. A F

(7p) 3. Câtul fracțiilor ordinare $\frac{15}{16}$ și $\frac{3}{8}$ este egal cu $2\frac{1}{2}$. A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) 1. Produsul numerelor raționale $\frac{21}{20}$ și $1\frac{2}{3}$ este egal cu

(7p) 2. Diferența numerelor raționale $1,(3)$ și $1,4$ este egală cu

(7p) 3. Dintre numerele raționale $x = \frac{3}{5}$ și $y = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ cel mai mic este

III. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) 1. Rezultatul calculului $1\frac{5}{6} + \left[\left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(2 - \frac{2}{3} \right) \right]^2$ este egal cu:

- A. $1\frac{2}{3}$; B. $\frac{5}{6}$; C. $\frac{7}{3}$; D. $1\frac{1}{6}$.

(8p) 2. Opusul numărului rațional $a = 0,(3)^4 : [0,(6) - 0,(6)^2 - 0,(6)^3]$ este egal cu:

- A. $\frac{5}{8}$; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{3}{4}$; D. $\frac{1}{6}$.

(8p) 3. Rezultatul calculului: $\left[\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{4}{9} \right)^2 \cdot \left(\frac{4}{9} \right)^3 \right]^4 : \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^3 \right]^{17}$ este egal cu:

- A. $\frac{3}{4}$; B. $-2\frac{4}{9}$; C. $-3\frac{3}{8}$; D. $\frac{5}{9}$.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

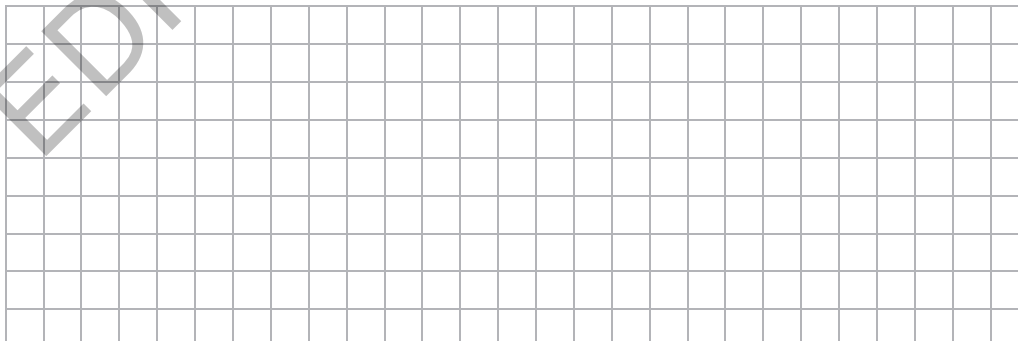
(8p) IV. Se dă numărul $a = [1,3(8) \cdot 1,8 - 0,(54) \cdot 1,25] : 0,(36)$. Arătați că $a \in \mathbb{N}$.



V. Se consideră numărul rațional $x = 2\frac{1}{4} \cdot \left[2 - \frac{2,(4)}{1,8(3)} : 0,5 \right]^3 - \frac{1}{2}$.

(8p) a) Arătați că $x = -\frac{7}{6}$.

(8p) b) Calculați $[x]$ și $\{x\}$.



GEOMETRIE

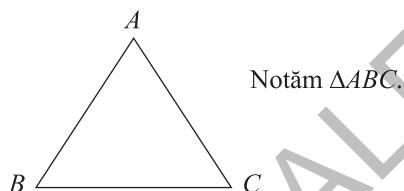
Capitolul II TRIUNGHIUL

Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare



Citesc și rețin

Definiție: Fiind date trei puncte necoliniare A , B și C , se numește **triunghi** determinat de punctele A , B , C reuniunea segmentelor $AB \cup BC \cup CA$.



Punctele A , B și C se numesc **vârfurile** triunghiului, segmentele AB , BC și CA se numesc **laturile** triunghiului, iar unghiurile A , B și C se numesc **unghiurile** triunghiului.

Observații:

1. Latura AB se opune unghiului C , latura BC se opune unghiului A , iar latura CA se opune unghiului B .
2. Unghiul A se opune laturii BC , unghiul B se opune laturii AC , iar unghiul C se opune laturii AB .

A. Clasificarea triunghiurilor în funcție de lungimile laturilor

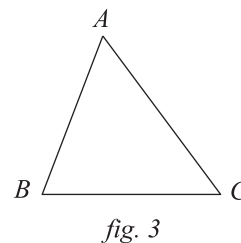
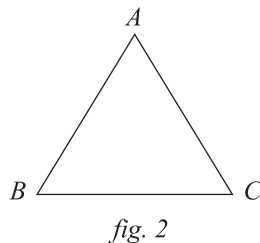
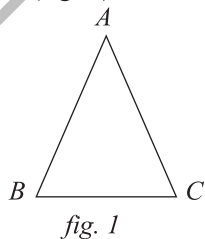
Definiții:

1. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi **isoscel** (fig. 1).

Observație: Latura triunghiului isoscel care nu este congruentă cu celelalte două se numește **bază**.

2. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește triunghi **echilateral** (fig. 2).

3. Triunghiul care are laturile de lungimi diferite se numește triunghi **oarecare** sau **scalen** (fig. 3).



B. Clasificarea triunghiurilor în funcție de măsurile unghiurilor

Definiții:

1. Triunghiul care are cele trei unghiuri ascuțite se numește triunghi **ascuțitunghic** (fig. 4).

2. Triunghiul care are un unghi drept se numește triunghi **dreptunghic** (fig. 5).

3. Triunghiul care are un unghi obtuz se numește triunghi **obtuzunghic** (fig. 6).

Observație: Pentru triunghiul dreptunghic, latura opusă unghiului drept se numește **ipotenuză**, iar celelalte două laturi se numesc **catete**.

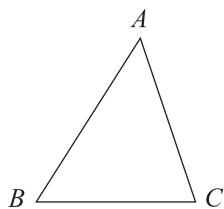


fig. 4

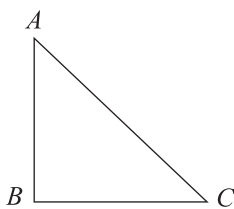


fig. 5

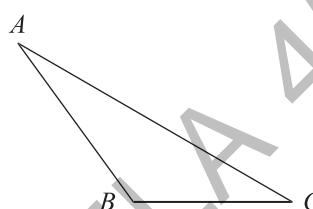


fig. 6

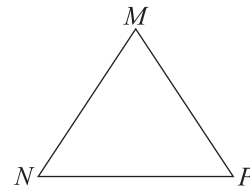


Cum se aplică?

1. Pentru triunghiul MNP reprezentat în figura alăturată precizați:
a) vârfurile; b) laturile; c) unghiurile.

Soluție:

- a) Vârfurile triunghiului MNP sunt punctele M , N și P .
b) Laturile triunghiului MNP sunt segmentele MN , NP și PM .
c) Unghiurile triunghiului MNP sunt $\sphericalangle MNP$, $\sphericalangle NPM$ și $\sphericalangle PMN$.



2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC , de bază BC . Ce puteți spune despre unghiurile ABC și ACB ?

Soluție:

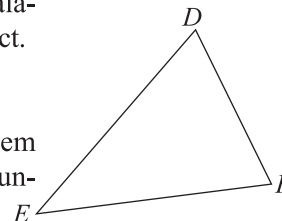
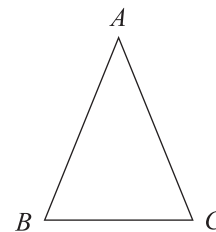
Măsurând unghiurile obținem $\sphericalangle ABC = 67^\circ$ și $\sphericalangle ACB = 67^\circ$, prin urmare $\sphericalangle ABC \cong \sphericalangle ACB$.

3. Măsurăți laturile triunghiului DEF reprezentat în figura alăturată și apoi încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- A. isoscel; B. echilateral; C. scalen.

Soluție:

Măsurând cu rigla gradată laturile triunghiului DEF obținem $DE = 3,2$ cm, $EF = 3,1$ cm și $FD = 2,3$ cm, prin urmare răspunsul corect este C. scalen.



Știu să rezolv

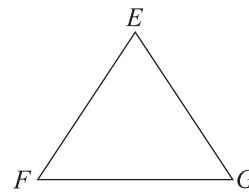
Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații:

- a) $\triangle DEF$; b) $\triangle PQR$; c) $\triangle ABC$; d) $\triangle MNP$.

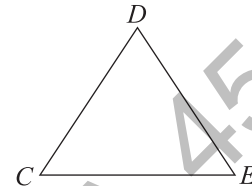
2. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul EFG reprezentat în figura alăturată scrieți:

- a) vârfurile triunghiului
- b) laturile triunghiului
- c) unghiurile triunghiului



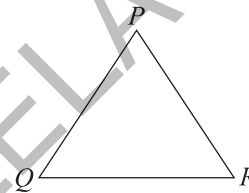
3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. În triunghiul CDE din figura alăturată:

- a) latura CD se opune unghiului E ;
- b) latura CE se opune unghiului C ;
- c) latura DE se opune unghiului C .



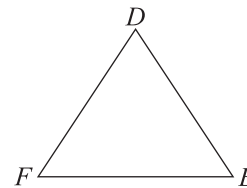
4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. În triunghiul PQR din figura alăturată:

- a) unghiul P se opune laturii QR ;
- b) unghiul Q se opune laturii PR ;
- c) unghiul R se opune laturii QR .



5. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. În triunghiul DEF reprezentat în figura alăturată:

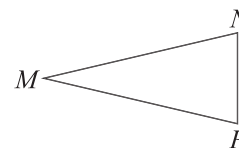
- a) latura DE se opune unghiului
- b) unghiul E se opune laturii
- c) latura DF se opune unghiului
- d) unghiul D se opune laturii
- e) latura EF se opune unghiului
- f) unghiul F se opune laturii



6. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi:

- A. scalen; B. echilateral; C. isoscel.

7. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect. Baza triunghiului isoscel MNP reprezentat în figura alăturată este latura



8. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă lungimile laturilor triunghiului MNP îndeplinesc condiția $MN \neq NP \neq PM \neq MN$, atunci triunghiul este:

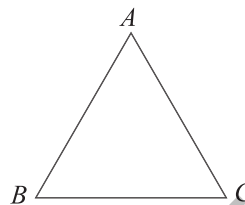
- A. scalen; B. echilateral; C. isoscel.

9. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește:

- A. oarecare; B. isoscel; C. echilateral.

10. a) Măsu­rați unghiurile triunghiului echilateral ABC reprezentat în figura alăturată și apoi completați spațiile punctate cu valorile corespunzătoare:

$\sphericalangle A =$;
 $\sphericalangle B =$;
 $\sphericalangle C =$



b) Folosind rezultatele obținute la a), stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: Dacă ABC este un triunghi echilateral, atunci $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$.

11. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Un triunghi se numește ascuțitunghic dacă are:

A. două unghiuri ascuțite; B. un unghi ascuțit; C. trei unghiuri ascuțite.

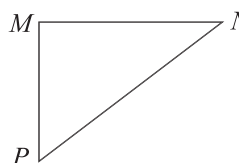
12. Folosind rezultatul problemei 10, stabiliți valoarea de adevăr a propoziției. Triunghiul echilateral este un triunghi ascuțitunghic.

13. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Triunghiul care are un unghi drept se numește:

A. echilateral; B. dreptunghic; C. obtuzunghic.

14. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul dreptunghic MNP reprezentat în figura alăturată precizați:

a) unghiul drept;
 b) ipotenuza;
 c) catetele



15. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Un triunghi se numește obtuzunghic dacă are:

A. un unghi drept; B. un unghi ascuțit; C. un unghi obtuz.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

16. Construiți triunghiul DEF . Scrieți vârfurile, laturile și unghiurile triunghiului DEF .

17. Construiți triunghiul MNP .

a) Scrieți unghiurile care se opun laturilor MN , NP , respectiv PM .
 b) Scrieți laturile care se opun unghiurilor M , N , respectiv P .

18. Construiți triunghiul ABC dreptunghic în C și apoi precizați ipotenuza și catetele acestuia.

19. Construiți triunghiul dreptunghic DEF cu măsura $\sphericalangle D = 90^\circ$ și măsurați laturile acestuia. Ce puteți spune despre laturile:

a) EF și DE ? b) EF și DF ?

20. Construiți triunghiul MNP și notați cu Q și R simetricile punctelor N , respectiv P față de punctul M . Ce puteți spune despre:

a) unghiurile N și Q ? b) laturile NP și QR ? c) unghiurile P și R ?

- (3p) 3. În triunghiul ascuțitunghic MNP construim înălțimea PD , $D \in MN$. Aflați măsurile unghiurilor triunghiului MNP , știind că $\sphericalangle MPD = 30^\circ$ și $\sphericalangle NPD = 25^\circ$.

Lecția 11. Medianele unui triunghi. Concurența medianelor unui triunghi



Citesc și rețin

Definiție: Dreapta determinată de un vârf al unui triunghi și de mijlocul laturii opuse se numește **mediana** corespunzătoare laturii respective.

Dreapta AM este mediana corespunzătoare laturii BC .

Teoremă: Medianele unui triunghi sunt concurente într-un punct notat cu litera G și se numește **centrul de greutate** al triunghiului.



Cum se aplică?

1. În triunghiul ABC construim medianele AM , $M \in BC$ și BN , $N \in CA$. $AM \cap BN = \{G\}$ și $CG \cap AB = \{P\}$. Știind că $AB = 7$ cm, calculați lungimile segmentelor AP și BP .

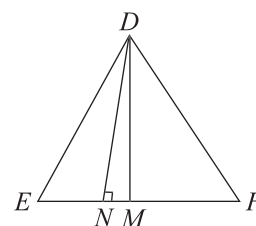
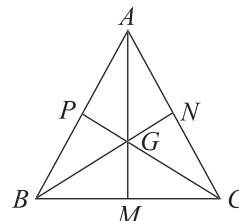
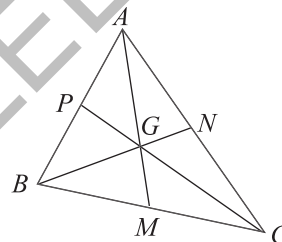
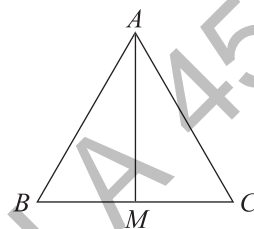
Soluție:

Observăm că punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC , de unde rezultă că dreapta CP este mediana corespunzătoare laturii AB , prin urmare punctul P este mijlocul acesteia, deci $AP = BP = \frac{AB}{2} = \frac{7 \text{ cm}}{2} = 3,5$ cm.

2. În triunghiul DEF din figura alăturată a fost construită înălțimea DN , $N \in EF$ și mediana DM , $M \in EF$, $N \neq M$. Arătați că $DN < DM$.

Soluție:

Deoarece DN este înălțime, rezultă că măsura $\sphericalangle DNM = 90^\circ$, prin urmare în triunghiul DNM , $\sphericalangle DNM > \sphericalangle DMN$, deci $DM > DN$.



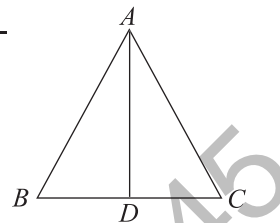


Știu să rezolv

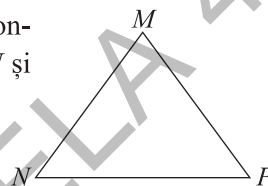
Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC și mediana AD , $D \in BC$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $BD > CD$;
 b) $BD = CD$;
 c) $BD < CD$.



2. Pentru triunghiul MNP reprezentat în figura alăturată construți medianele MD , $D \in NP$, NE , $E \in MP$ și PF , $F \in MN$ și notați cu G punctul lor de concurență.



3. Folosind problema anterioară stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) centrul de greutate al triunghiului este situat în exteriorul triunghiului;
 b) centrul de greutate al triunghiului este situat în interiorul triunghiului.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Construiți medianele triunghiului DEF și notați cu litera G punctul lor de concurență.

5. Construiți triunghiul ABC cu măsura $\sphericalangle A = 90^\circ$ și mediana AM , $M \in BC$. Folosind rigla gradată, arătați că $AM = \frac{BC}{2}$.

6. Se consideră triunghiul isoscel DEF de bază EF . Dacă M este un punct situat pe latura EF , astfel încât $\mathcal{P}_{DEM} = \mathcal{P}_{DFM}$, arătați că dreapta DM este mediana corespunzătoare laturii EF .

7. Construiți triunghiul ABC și medianele AM , $M \in BC$, BN , $N \in AC$, și CP , $P \in AB$ și notați cu G punctul lor de concurență. Cu ajutorul riglei gradate determinați rapoartele:

- a) $\frac{MG}{GA}$; b) $\frac{NG}{GB}$; c) $\frac{PG}{GC}$.

8. Folosind problema precedentă stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: Centrul de greutate al unui triunghi este situat pe fiecare mediană la o treime față de mijlocul laturii corespunzătoare și la două treimi față de vârful triunghiului.

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. În triunghiul ascuțitunghic ABC , construim înălțimile BD , $D \in AC$ și CE , $E \in AB$ și notăm cu M mijlocul laturii BC . Folosind problema 5, arătați că triunghiul MDE este isoscel.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIȚELOR

Capitolele: Mulțimea numerelor întregi, Mulțimea numerelor raționale, Triunghiul

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,7p) 1. Cel mai mare dintre numerele întregi $-75, -81, -73$ și -79 este:
A. -75 ; B. -81 ; C. -73 ; D. -79 .
- (0,7p) 2. Valoarea absolută a numărului rațional $\frac{41}{47}$ este egală cu:
A. $-\frac{41}{47}$; B. $\frac{41}{47}$; C. $\frac{47}{41}$; D. $-\frac{47}{41}$.
- (0,7p) 3. Transformând fracția ordinară $\frac{23}{10^2}$ în fracție zecimală, obținem:
A. 2,30; B. 0,2(3); C. 0,023; D. 0,23.
- (0,7p) 4. Soluția inecuației $x + 7 < 3, x \in \mathbb{Z}$, este:
A. $\{\dots, -6, -5, -4\}$; B. $\{0, 1, 2, \dots\}$; C. $\{4, 5, 6, \dots\}$; D. $\{\dots, -4, -3, -2\}$.
- (0,7p) 5. Suma măsurilor unghiurilor ascuțite ale unui triunghi dreptunghic este egală cu:
A. 60° B. 100° C. 120° ; D. 90° .
- (0,7p) 6. În triunghiul DEF , cu $\sphericalangle D = 90^\circ$, construim mediana $DM, M \in EF$. Dacă $DM = 7$ cm, atunci lungimea ipotenuzei EF este egală cu:
A. 12 cm; B. 3,5 cm; C. 14 cm; D. 16 cm.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) 1. Aflați rezultatul calculului $(-18)^5 : \{[(-3) \cdot 5 + (-1)^3] : (-2)^2 - 23\}^3 - (-10)^2$.

(0,8p) 2. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația: $\frac{x}{2} - x = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - x \right)$.

(0,8p) 3. Rotunjiți la a treia zecimală numărul rațional:

$$a = \{[1 - 1,(6)]^2 \cdot 1,5 - 1,8(3)\} : 2,8.$$

(0,8p) 4. Triunghiul MNP este isoscel de bază NP . Determinați măsurile unghiurilor triunghiului, știind că $\sphericalangle M = \frac{\sphericalangle N + \sphericalangle P}{4}$.

(0,8p) 5. Se consideră triunghiul DEF . Știind că mediatoarele laturilor DE și DF se intersectează în punctul P situat pe latura EF , determinați măsura unghiului EDF .

- (0,8p) 6. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu perimetrul de 18 cm și punctul D situat pe latura BC . Construim $DE \perp AB$, $E \in AB$ și $DF \perp AC$, $F \in AC$. Lungimile laturilor triunghiului AEF pot fi numere naturale? Justificați răspunsul.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,7p) 1. Suma numerelor întregi 10 și -17 este egală cu:
 A. -7 ; B. -27 ; C. 170; D. 27.
- (0,7p) 2. Transformând fracția zecimală $0,(3)$ în fracție ordinară ireductibilă, obținem:
 A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{3}{2}$; D. $\frac{1}{3}$.
- (0,7p) 3. Cardinalul mulțimii $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$ este egal cu:
 A. 4; B. 3; C. 2; D. 1.
- (0,7p) 4. Scriind în ordine crescătoare fracțiile $-\frac{7}{3}$, $-\frac{7}{5}$, $-\frac{7}{4}$, obținem:
 A. $-\frac{7}{3}$, $-\frac{7}{5}$, $-\frac{7}{4}$; B. $-\frac{7}{3}$, $-\frac{7}{4}$, $-\frac{7}{5}$; C. $-\frac{7}{5}$, $-\frac{7}{4}$, $-\frac{7}{3}$; D. $-\frac{7}{4}$, $-\frac{7}{3}$, $-\frac{7}{5}$.
- (0,7p) 5. Latura triunghiului echilateral cu semiperimetrul de 7,5 cm are lungimea egală cu:
 A. 4,5 cm; B. 6 cm; C. 5 cm; D. 3,5 cm.
- (0,7p) 6. Dacă notăm cu G centrul de greutate al triunghiului echilateral MNP , atunci măsura unghiului MGP este egală cu:
 A. 120° ; B. 60° ; C. 45° ; D. 180° .

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

- (0,8p) 1. Aflați rezultatul calculului:
 $(-7)^7 : \{[(-2)^4 : (-4) - (-1)^0] + [(-2)^2 \cdot (-4)^4 \cdot (-8)^8] : (-8)^{11}\}^5$.
- (0,8p) 2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația:
 $3[2(1 - |x|) - 1] > |x| - 11$.
- (0,8p) 3. Scrieți sub forma cea mai simplă inversul numărului rațional:
 $a = [1,25 \cdot 2, (6) - 4]^7 : [0, (6)]^5 - 1,2(7)$.
- (0,8p) 4. Lungimile laturilor unui triunghi isoscel sunt numere naturale. Știind că una dintre laturi are lungimea de 4 cm, determinați valoarea minimă a perimetrului triunghiului.
- (0,8p) 5. Semidreapta OD este bisectoarea unghiului EOF și construim $DM \perp OE$, $M \in OE$ și $DN \perp OF$, $N \in OF$. Știind că $OD = DM + DN$, aflați măsura unghiului EOF .

Teste de evaluare finală

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Cardinalul mulțimii $A = \{a, b, c, d\}$ este egal cu:
A. 6; B. 8; C. 4; D. 5.
- (0,5p) 2. Raportul numerelor naturale 7 și 5 se scrie:
A. $\frac{7}{5}$; B. $\frac{7^2}{5^2}$; C. $\left(\frac{5}{7}\right)^2$; D. $\frac{5}{7}$.
- (0,5p) 3. Rezultatul calculului $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ este egal cu:
A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{5}{6}$; D. $\frac{1}{3}$.
- (0,5p) 4. Dintre numerele întregi -6 ; 2 ; -7 și 0 cel mai mic este:
A. -6 ; B. 2 ; C. 0 ; D. -7 .
- (0,5p) 5. Transformând fracția zecimală $1,3$ în fracție ordinară ireductibilă, obținem:
A. $\frac{4}{3}$; B. $\frac{5}{3}$; C. $\frac{7}{9}$; D. $\frac{4}{9}$.
- (0,5p) 6. Într-o urnă sunt 6 bile albe și 9 bile verzi. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu:
A. $\frac{2}{3}$; B. $\frac{2}{5}$; C. $\frac{3}{7}$; D. $\frac{9}{8}$.
- (0,5p) 7. Dacă $a = [(-2)^3 + (-3)^2]$, atunci a^{2017} este egal cu:
A. -3 ; B. 0 ; C. 1 ; D. -1 .
- (0,5p) 8. Măsura unui cerc este egală cu:
A. 180° ; B. 240° ; C. 320° ; D. 360° .
- (0,5p) 9. Lungimea laturii unui triunghi echilateral care are perimetrul egal cu $8,4$ cm este de:
A. $2,5$ cm; B. $2,8$ cm; C. $3,2$ cm; D. $4,5$ cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,8p) 1. Știind că $\frac{a}{b} = 1\frac{2}{5}$, $b \neq 0$, rotunjiți la a doua zecimală valoarea raportului

$$\frac{3b - a}{a + b}.$$

- (0,7p) 2. a) Se consideră numerele naturale $m = 108$ și $n = 120$. Calculați $(m; n)$ și $[m; n]$.

- (0,8p) b) Determinați numerele naturale p și g , știind că $p \cdot g = 1000$ și $[p; g] = (p; g)^2$.

3. Se consideră triunghiul echilateral ABC . Notăm cu M mijlocul laturii AB , iar cu N notăm simetricul punctului M față de dreapta AC .
- (0,7p) a) Arătați că $AN \parallel BC$.
- (0,8p) b) Determinați $\sphericalangle MNC$.
- (0,7p) c) Arătați că $NC \perp BC$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Diferența mulțimilor $A = \{d, e, f, i\}$ și $B = \{d, i, t\}$ este egală cu:
A. $\{f, i\}$; B. $\{d, e\}$; C. $\{d, i\}$; D. $\{e, f\}$.
- (0,5p) 2. Dacă descompunem în puteri de numere prime numărul natural 40 obținem:
A. $2^2 \cdot 3^2$; B. $5^2 \cdot 7$; C. $2^3 \cdot 5^1$; D. $3^2 \cdot 5^1$.
- (0,5p) 3. Dacă rotunjim fracția zecimală $-6,75$ la prima zecimală obținem:
A. $-6,8$; B. $-6,5$; C. $-6,7$; D. $-6,9$.
- (0,5p) 4. Inversul numărului rațional pozitiv $a = 0,(\overline{6}) \cdot 4,5$ este:
A. $\frac{3}{2}$; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{1}{3}$; D. $\frac{3}{4}$.
- (0,5p) 5. Dacă $\frac{x}{5} = \frac{1,8}{y}$, atunci produsul $x \cdot y$ este egal cu:
A. 7; B. 9; C. 6; D. 8.
- (0,5p) 6. 20% din numărul natural 35 este egal cu:
A. 5; B. 20; C. 10; D. 7.
- (0,5p) 7. Valoarea absolută a numărului întreg $a = [(-2)^3 - 7^0] : 3$ este egală cu:
A. -4 ; B. 3; C. 6; D. -3 .
- (0,5p) 8. Complementul unghiului cu măsura de 47° este unghiul cu măsura de:
A. 43° ; B. 30° ; C. 63° ; D. 133° .
- (0,5p) 9. Fie ABC un triunghi isoscel de bază BC care are semiperimetrul egal cu 14,5 cm. Dacă $BC = 9$ cm, atunci lungimea laturii AB este egală cu:
A. 8 cm; B. 8,5 cm; C. 10 cm; D. 9 cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,8p) 1. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $4(3 - |x|) \geq 2|x|$.
- (0,7p) 2. Valoarea raportului numerelor raționale pozitive x și y este egală cu 0,75.
a) Aflați câte procente reprezintă numărul x din numărul y .
b) Aflați numerele x și y , știind că suma lor este egală cu 49.
3. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu perimetrul de 24 cm. Notăm cu M mijlocul laturii AB , cu N simetricul punctului M față de punctul A , cu P simetricul punctului M față de dreapta AC și $NP \cap BC = \{E\}$.
- (0,7p) a) Determinați $\sphericalangle BNE$.
- (0,8p) b) Arătați că $AC \parallel NE$.
- (0,7p) c) Calculați \mathcal{P}_{BNE} .

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

ALGEBRĂ

CAPITOLUL III – MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg

1. a) Mulțimea numerelor întregi pozitive; b) Mulțimea numerelor întregi negative; c) Mulțimea numerelor întregi nenule; d) Mulțimea numerelor întregi. 2. a) A; b) A; c) A; d) A; e) F; f) A; g) F; h) A. 3. a) $A_1 = \{4, 7, 8, 12\}$; b) $A_2 = \{-2, -5, -1, -13, -9\}$. 4. a) F; b) F; c) A; d) A. 5. a) $E \cap \mathbb{Z} = \{-15, -8\}$; b) $E \cap \mathbb{Z}_+ = \{6, 2, 17\}$; c) $E \cap \mathbb{Z}^* = \{-15, 6, -8, 2, 17\}$; d) $E \setminus \mathbb{Z} = \{0, 6, 2, 17\}$; e) $E \setminus \mathbb{Z}_+ = \{-15, 0, -8\}$; f) $E \setminus \mathbb{Z}^* = \{0\}$. 6. a) -43; b) 7; c) 25; d) -134; e) 0; f) 91; g) 72; h) -64; i) 8. 7. a) 6; b) -42; c) 58; d) -201; e) -307; f) 18; g) 9; h) -83; i) -92. 8. $B = \{6, 5, -2, 0, -1, -7, 13\}$. 9. $F = \{1, 4, -6, 11, -8, 0, -9\}$. 10. $F = \{-2, -3, -5, -7\}$. 11. $F = \{-4, -6, -8, -9\}$. 12. $\emptyset, \{8\}, \{0\}, \{-3\}, \{8, 0\}, \{8, -3\}, \{0, -3\}, \{8, 0, -3\}$. 13. $Y = \{9, 5, -2, 3, -1, -3\}$, $n = 2^{\text{card } Y} = 64$ submulțimi. 14. a) $A \cup B = \{-7, -1, 0, 1, 4, 7, -4\}$, $\text{card}(A \cup B) = 7$; b) $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$, $\text{card}(A \cap B) = 3$; c) $A \setminus B = \{-7, 4\}$, $\text{card}(A \setminus B) = 2$; d) $B \setminus A = \{7, -4\}$, $\text{card}(B \setminus A) = 2$. 15. a) $A \setminus B = \{0\}$; b) $B \setminus A = \emptyset$. 16. $F = \{1, 3, 5, 7\}$, $D = \{-5, -3, -1\}$; a) $E \cap F = \{1, 3, 5\}$; b) $E \cap D = \{-5, -3, -1\}$; c) $E \setminus F = \{-7, -5, -3, -1, 0\}$; d) $E \setminus D = \{-7, 0, 1, 3, 5\}$. 17. $A_1 = \{0, 3, 5, 9\}$, $A_2 = \{-5, -3, 0\}$; a) $A \cap A_1 = \{0, 3, 5\}$; b) $A \cap A_2 = \{-5, -3, 0\}$; c) $A_1 \setminus A = \{9\}$; $A \setminus A_2 = \{-9, 3, 5\}$. 18. $P = \{-8, -6, -4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$; a) $M \setminus (P \cup Q) = \{-2, 0, 8\}$; b) $M \cap (P \cup Q) = \{-6, -4, 4, 6\}$; c) $(P \cup Q) \setminus M = \{-8, 2\}$. 19. $E_1 = \{-8, -7, -6, 0\}$, $E_2 = \{0, 6, 11\}$; a) $E \setminus (E_1 \cup E_2) = \{-11, 7, 8\}$; b) $E \cap (E_1 \cup E_2) = \{-6, 0, 6\}$; c) $(E_1 \cup E_2) \setminus E = \{-8, -7, 11\}$. 20. Din 2., rezultă că $0, 5 \in E$, deci $0 \notin F$ și $-5 \in F$. Din 1. și 3., rezultă că $-3, -1 \notin F$, deci $-3, -1 \in E$, prin urmare $3, 1 \in F$ și deci $E = \{0, 5, -3, -1\}$ și $F = \{-5, 1, 3\}$ sau $E = \{0, 5, -3, -1, -5\}$ și $F = \{-5, 1, 3, 5\}$. 21. Din 1., rezultă că $-7, -3 \in A$, deci $7, 3 \in B$. Din 2., rezultă că $-3, 0 \in B$, deci $0, 3 \in A$, de asemenea rezultă că $-7 \notin B$, deci $7 \notin A$, prin urmare problema are soluția unică $A = \{-7, -3, 0, 3\}$ și $B = \{-3, 0, 3, 7\}$. 22. Din 3., rezultă că $-2, -1 \in A$, deci $1, 2 \in B$. Din 2., rezultă că $0 \in A \cap B$ și ținând seama de 1., rezultă că $A = \{-2, -1, 0\}$ și $B = \{0, 1, 2\}$ sau $A = \{-2, -1, 0, 1\}$ și $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ sau $A = \{-2, -1, 0, 2\}$ și $B = \{-2, 0, 1, 2\}$, prin urmare $A \cap B = \{0\}$ sau $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$ sau $A \cap B = \{-2, 0, 2\}$.

Test de evaluare stadială

1. a) $A_1 = \{-13, -2, -10\}$; b) $A_2 = \{8, 11\}$; c) $A_3 = \{-13, -2, 8, 11, -10\}$. 2. a) -87; b) 705; c) -101. 3. a) $A \cup B = \{-5, -4, -3, -2, 0, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{-5, -4\}$, $A \setminus B = \{0, 2, 3, 4, 5\}$, $B \setminus A = \{-3, -2\}$.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor întregi pe axa numerelor

1. a) F; b) A. 2. a) A; b) A; c) A; d) A; e) F; f) F. 3. a) 2; b) -1; c) 5; d) -4; e) 3; f) -2. 4. F are coordonata -6; D are coordonata -4; B are coordonata -2; O are coordonata 0; A are coordonata 1; C are coordonata 4; E are coordonata 6. 9. a) -8; b) 3; c) 5; d) -4. 10. a) 0,8 cm; b) 1,2 cm. 11. a) 0,5 cm; b) 1,5 cm. 12. a) $n = 1$ cm; b) $n = 2$ cm; c) $n = 2,5$ cm. 13. $OA = 24$ mm și $OB = 64$ mm. 14. 4 și -4 sau -4 și 4. 15. $OE = 28$ mm; $OF = 35$ mm. 16. $MN = 35$ mm. 17. -4 și 1 sau -3 și 2 sau -2 și 3 sau -1 și 4.

Test de evaluare stadială

1. a) 5; b) -3; c) -1. 3. Coordonatele punctelor E și F sunt -3 și 3 sau 3 și -3.

Lecția 3. Compararea și ordonarea numerelor întregi.

Valoarea absolută a unui număr întreg

1. a) A; b) F; c) A; d) F; e) A; f) A; g) A; h) F. 2. a) 17; b) 43; c) 206; d) 87; e) 508; f) 111; g) 94; h) 52. 3. i) a) F; b) A. ii) a) F; b) A. 4. a) F; b) A; c) A; d) F; e) F; f) A; g) F; h) A. 5. a) $-2 < 5$; b) $6 > -7$; c) $-4 < 3$; d) $8 > -9$; e) $15 > 0$; f) $0 > -19$; g) $-17 < 0$; h) $-5 < 0$; i) $-3 > -20$; j) $-23 < -4$; k) $-6 > -14$; l) $-25 < -7$. 6. a) $2 < 3 < 4$; b) $-15 < -14 < -13$; c) $-11 < -10 < -9$; d) $-1 < 0 < 1$; e) $10 < 11 < 12$; f) $-76 < -75 < -74$; g) $-68 < -67 < -66$; h) $-2 < -1 < 0$. 7. a) $-4, -3, 2, 6$; b) $-8, -5, 0, 3$; c) $-9, -7, -2, 0$; d) $-15, -14, 4, 18$; e) $-20, -12, 7, 10$; f) $-14, -13, 6, 11$. 8. a) $6, 1, -2, -8, -10$; b) $9, 3, -4, -6, -13$; c) $7, 5, -5, -7, -20$; d) $12, 8, -1, -5, -25$; e) $14, 6, -4, -9, -15$; f) $7, 4, -2, -19, -20$. 9. a) $-17, -4, -1, 0, 2, 4$; b) $-11, -6, -4, 1, 3, 8$; c) $-12, -9, -2, 0, 6, 8$; d) $-13, -10, -5, 1, 4, 6$; e) $-8, -7, -4, -3, 6, 15$; f) $-15, -7, -4, 0, 3, 16$. 10. a) 81; b) 91; c) 18; d) 74; e) 14; f) 38; g) 49; h) 45. 11. a) 60; b) 100; c) 80; d) 120; e) 240; f) 350. 12. a) 6; b) 5; c) 10; d) 4; e) 3; f) 5. 13. Dacă $b < 0$, atunci $a > b$, iar dacă $b > 0$, atunci $a < b$. 14. Dacă $y < 0$, atunci $x > y$, iar dacă $y > 0$, atunci $x < y$. 15. a) $A = \{-9, 9\}$; b) $B = \{-37, 37\}$; c) $C = \{0\}$; d) $D = \emptyset$; e) $E = \{-2, 2\}$; f) $F = \emptyset$. 16. a) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; b) $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$; c) $C = \{-1, 1\}$; d) $D = \{-2, -1, 1, 2\}$; e) $E = \{0\}$; f) $F = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$. 17. a) $E = \{-5, -4, -3, 3, 4, 5\}$, card $E = 6$; b) $F = \{-7, -6, -5, -4, -3, 3, 4, 5, 6, 7\}$, card $F = 10$. 18. Dacă $a < 0$ și $b < 0$, avem $-6 < a < -3$ și $-9 < b < -6$, deci $a > b$, iar dacă $a > 0$ și $b > 0$, avem $3 < a < 6$ și $6 < b < 9$, deci $a < b$. 19. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ și $B = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$; a) $A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$; b) $A \cap B = \{-2, -1, 1, 2\}$; c) $A \setminus B = \{0\}$; d) $B \setminus A = \{-3, 3\}$. 20. $A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $C = \{-5, -4, 4, 5\}$; a) $A \setminus (B \cup C) = \{-3, 3\}$; b) $A \cap (B \cup C) = \{-5, -4, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5\}$; c) $(B \cup C) \setminus A = \emptyset$. 21. a) 10100; b) 39800; 22. a) 24330; b) 84000.

Test de evaluare stadială

1. a) 16; b) 17; c) 4. 2. a) $-20 < 30$; b) $-37 > -39$; c) $-6 < -|-2|$. 3. card $E = 6$; $2^{\text{card } E} = 64$ submulțimi.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. B. 2. A. 3. D. 4. D. 5. C. II. 1. Dacă $b > 0$, atunci $a < b$, iar dacă $b < 0$, atunci $a > b$.

2. $a = -6$; $|a| = 6$. 3. Card $B \setminus A = 19$. 4. $E = \{0, 4, -4, -6\}$ și $F = \{-4, 4, 6\}$; $E \cap F = \{-4, 4\}$.

Testul 2. I. 1. B. 2. A. 3. C. 4. A. 5. C. II. 1. $x = 8$; $-x = -8$. 2. $E \cup F = \{-2, -1, 1, 2\}$, $E \cap F = \{-2, 2\}$, $E \setminus F = \{-1, 1\}$, $F \setminus E = \emptyset$. 3. $A = \{-13, 0, 13, -11\}$ și $B = \{-13, 0, 13, 11\}$. 4. $S = 9900$.

Testul 3. I. 1. C. 2. B. 3. A. 4. D. 5. A. II. 1. $x = 9$ și $y = 8$, deci $-x < -y$. 2. $B = \{5, 3, 0, -3, -4\}$, $C = \{5, 3, 0, 4\}$, $B \cup C = \{5, 3, 0, -3, -4, 4\}$, $B \cap C = \{5, 3, 0\}$, $B \setminus C = \{-3, -4\}$, $C \setminus B = \{4\}$.

3. Dacă $x > 0$ și $y > 0$, atunci $x < y$, iar dacă $x < 0$ și $y < 0$, atunci $x > y$. 4. $S = 4928$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. F. 2. F. 3. A. II. 1. -83 . 2. 2. 3. 0. III. 1. C. 2. A. 3. B. IV. $S = 4(1 + 2 + 3 + \dots + 49) = (4 \cdot 49 \cdot 50) : 2 = 49 \cdot 100 = 70^2$. V. a) Din 2. și 3., rezultă card $A = \text{card } B = 3$ și, ținând cont de 1., obținem $A = \{-3, -1, 1\}$ și $B = \{3, 1, -1\}$ sau $A = \{3, 1, -1\}$ și $B = \{-3, -1, 1\}$ sau $A = \{-3, -1, 3\}$ și $B = \{3, 1, -3\}$ sau $A = \{3, 1, -3\}$ și $B = \{-3, -1, 3\}$; b) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{-3, 3\}$ sau $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{-1, 1\}$.

Lecția 4. Adunarea numerelor întregi. Proprietățile adunării

1. a) -12 ; b) -10 ; c) -15 ; d) -18 ; e) -32 ; f) -37 . 2. a) 6; b) 3; c) 2; d) -11 ; e) -17 ; f) -19 .

3. a) 12; b) 22; c) -44 ; d) -60 ; e) -35 ; f) 35; g) -90 ; h) -25 . 4. a) -13 ; b) 6; c) -13 ; d) 10; e) -34 ; f) -6 ; g) -53 ; h) -29 . 5. -23 . 6. -411 m. 7. a) -36 ; b) -43 ; c) -50 ; d) -59 ; e) -77 ; f) -78 .

8. a) -2 ; b) -3 ; c) -20 ; d) -7 ; e) -25 ; f) 12. 9. a) 16; b) -12 ; c) 14; d) -31 ; e) -16 ; f) 27.

10. a) 17; b) -9 ; c) 6; d) -10 ; e) -13 ; f) -18 . 11. a) 11; b) -5 ; c) 5; d) -50 . 12. a) -23 ;

b) -11 ; c) 10; d) -10 . 13. -1°C . 14. a) $x + y = -249$, $y + (-x) = 13$; b) $x + y = -75$, $y + (-x) = 237$;

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. a) 11. 2. c) -4°C . 3. d) -6°C . 4. 78 ani. 5. 38 ani. 6. 18 ani. 7. Cele 51 de triunghiuri albastre împart distanța de 3750 m în 50 de distanțe egale. $3750 \text{ m} : 50 = 75 \text{ m}$. 8. $\frac{3}{5} \cdot 3750 \text{ m} = 2250 \text{ m}$. $2250 : 75 \text{ m} + 1 = 31$ triunghiuri. 9. 1125 m, respectiv 375 m.

CAPITOLUL IV – MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

Lecția 14. Mulțimea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional

1. a) $E = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{7}{6}, \frac{16}{45} \right\}$; b) $F = \left\{ -\frac{3}{5}, -\frac{4}{11}, -\frac{27}{8} \right\}$. 2. a) F; b) A; c) A; d) F. 3. a) 81,3; b) 2,7; c) 4,3; d) 58,1; e) 8,9; f) $-0,3$; g) $-0,7$; h) 11,1. 4. a) 1,03; b) 0,51; c) 0,29; d) 8,01; e) 11,03; f) $-0,09$; g) $-0,07$; h) 51,61. 5. a) 4,019; b) 0,803; c) 0,207; d) 6,421; e) $-0,053$; f) $-0,009$; g) $-0,007$; h) $-0,081$. 6. a) A; b) F; c) A; d) F; e) A; f) F. 7. a) $-\frac{5}{2}$; b) $-\frac{3}{7}$; c) $\frac{8}{5}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $-\frac{11}{8}$; f) $\frac{26}{17}$; g) $\frac{16}{35}$; h) $-\frac{41}{72}$. 8. a) $\frac{7}{6}$; b) $\frac{8}{3}$; c) $\frac{5}{9}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{34}{15}$; f) $\frac{72}{13}$; g) $\frac{25}{16}$; h) $\frac{81}{98}$. 9. a) 1,5; b) 14,2; c) 2,25; d) 0,32; e) 1,02; f) 0,8; g) 6,75; h) 0,125. 10. a) 4,(3); b) 2,(7); c) 4,(1); d) 18,(6); e) 1,4(6); f) 4,0(5); g) 2,541(6); h) 3,2(3). 11. a) $\frac{13}{2}$; b) $\frac{6}{25}$; c) $\frac{35}{2}$; d) $\frac{126}{25}$; e) $\frac{9}{8}$; f) $\frac{2}{125}$; g) $\frac{3}{625}$; h) $\frac{3}{80}$. 12. a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{22}{3}$; d) $\frac{17}{3}$; e) $\frac{46}{11}$; f) $\frac{4}{11}$; g) $\frac{34}{33}$; h) $\frac{28}{11}$. 13. a) 2; b) 3; c) 2; d) 4. 14. a) $\frac{2}{15}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{19}{15}$; d) $\frac{67}{30}$; e) $\frac{89}{6}$; f) $\frac{37}{36}$; g) $\frac{27}{110}$; h) $\frac{53}{222}$. 15. a) 0; 0,48; b) 2; 0,75; c) 41; 0,(3); d) 1; 0,(54); e) -6 ; 0,(3); f) -2 ; 0,1(6). 17. a) 3; b) $2\frac{1}{3}$; c) $1\frac{2}{3}$; d) $\frac{1}{3}$; e) 4; f) $\frac{1}{3}$. 18. a) 2; b) 5; c) 2; d) 7; e) 7; f) 8; g) 0; h) 4. 19. a) $x = -4$; b) $x = 3$; c) $x = 9$. 20. Efectuând calculele, obținem $a = \frac{10(x+y)}{9}$ și $b = \frac{10(x+y)}{9}$, deci $a = b$. 21. a) $n = -5$; b) $n = 5$; c) $n = 6$. 22. $\frac{n^2+n-2}{n^2-n+2} = \frac{n(n+1)-2}{n(n-1)+2}$ și deoarece $n(n+1)$ și $n(n-1)$ sunt numere pare, rezultă că fracția se simplifică cu 2. 23. a) Dacă fracția se simplifică cu d , atunci $d \mid 2n+3$ și $d \mid 3n+4$, deci $d \mid 3(2n+3) - 2(3n+4)$, așadar $d \mid 1$, deci $d = 1$; b) analog; c) analog. 24. a) $\frac{10}{b(a)}$ este fracție zecimală periodică mixtă, deci $a = 6$ și $b \in \{1, 5\}$. Verificând rezultă că $b = 1$, deci $\overline{ab} = 61$. 25. $13,a(b)$ este fracție zecimală periodică mixtă, deci $c = 6$ și deducem că $\overline{ab} \in \{79, 83\}$. Verificând obținem $a = 8$ și $b = 3$. 26. Dacă $\frac{a^{(d)}}{b}$, rezultă că $d \mid a$ și $d \mid b$, prin urmare $d \mid a+b$, așadar $d \mid 2003$ și cum 2003 este număr prim, rezultă că $d = 1$, deci $B = \emptyset$. 27. $2^{102} = (2^3)^{34} = (7+1)^{34} = M_7 + 1$, $3^{201} = (3^3)^{67} = (28-1)^{67} = M_7 - 1$, $2^{201} = (2^3)^{67} = (8+1)^{67} = M_7 + 1$, $3^{102} = (3^6)^{17} = (728+1)^{17} = M_7 + 1$, deci fracția se simplifică cu 7; $2^{201} = 2^{13} \cdot 4^{94} > 3^8 \cdot 3^{94} = 3^{102}$, deci fracția aparține mulțimii \mathbb{Q}_+ .

CUPRINS

ALGEBRĂ

CAPITOLUL III. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

| | |
|---|----|
| Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg | 5 |
| Lecția 2. Reprezentarea numerelor întregi pe axa numerelor | 8 |
| Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi | 11 |
| <i>Teste de evaluare sumativă</i> | 15 |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | 16 |
| Lecția 4. Adunarea numerelor întregi. Proprietățile adunării | 18 |
| Lecția 5. Scăderea numerelor întregi | 21 |
| Lecția 6. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietățile înmulțirii | 24 |
| Lecția 7. Împărțirea numerelor întregi | 27 |
| Lecția 8. Puterea cu exponent natural a unui număr întreg..... | 30 |
| Lecția 9. Reguli de calcul cu puteri | 33 |
| Lecția 10. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu numere întregi..... | 35 |
| <i>Teste de evaluare sumativă</i> | 39 |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | 40 |
| Lecția 11. Ecuații în \mathbb{Z} | 42 |
| Lecția 12. Inecuații în \mathbb{Z} | 45 |
| Lecția 13. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor | 48 |
| <i>Teste de evaluare sumativă</i> | 51 |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | 53 |
| <i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> | 55 |

CAPITOLUL IV. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

| | |
|--|-----|
| Lecția 14. Mulțimea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional..... | 57 |
| Lecția 15. Compararea numerelor raționale..... | 62 |
| <i>Teste de evaluare sumativă</i> | 67 |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | 69 |
| Lecția 16. Adunarea numerelor raționale. Proprietățile adunării | 71 |
| Lecția 17. Scăderea numerelor raționale..... | 76 |
| Lecția 18. Înmulțirea numerelor raționale. Proprietățile înmulțirii | 80 |
| Lecția 19. Puterea cu exponent natural a unui număr rațional..... | 85 |
| Lecția 20. Împărțirea numerelor raționale | 90 |
| Lecția 21. Ordinea efectuării operațiilor..... | 95 |
| <i>Teste de evaluare sumativă</i> | 99 |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | 102 |
| Lecția 22. Ecuații de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ ($a \neq 0$), $ax + b = c$ ($a \neq 0$), unde a , b și c sunt numere raționale | 104 |
| Lecția 23. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor | 108 |
| <i>Teste de evaluare sumativă</i> | 112 |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | 115 |
| <i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> | 117 |

GEOMETRIE

CAPITOLUL II. TRIUNGIUL

| | |
|---|------------|
| Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare | 119 |
| Lecția 2. Elemente de raționament geometric..... | 123 |
| Lecția 3. Perimetrul triunghiului..... | 125 |
| Lecția 4. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi | 128 |
| Lecția 5. Unghi exterior unui triunghi. Teorema unghiului exterior..... | 131 |
| Lecția 6. Construcția triunghiurilor: cazurile L.U.L., U.L.U. și L.L.L..... | 134 |
| Lecția 7. Inegalități între elementele triunghiului..... | 136 |
| <i>Teste de evaluare sumativă.....</i> | <i>138</i> |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | <i>140</i> |
| Lecția 8. Concurența bisectoarelor unghiurilor unui triunghi. Cercul înscris în triunghi ... | 142 |
| Lecția 9. Concurența mediatoarelor laturilor unui triunghi. Cercul circumscris unui triunghi | 144 |
| Lecția 10. Înălțimile unui triunghi. Concurența înălțimilor unui triunghi | 147 |
| Lecția 11. Medianele unui triunghi. Concurența medianelor unui triunghi | 150 |
| <i>Teste de evaluare sumativă.....</i> | <i>152</i> |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | <i>155</i> |
| Lecția 12. Congruența triunghiurilor oarecare..... | 156 |
| Lecția 13. Criteriile de congruență a triunghiurilor | 158 |
| Lecția 14. Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice..... | 162 |
| Lecția 15. Metoda triunghiurilor congruente | 166 |
| Lecția 16. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi..... | 170 |
| Lecția 17. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment..... | 173 |
| <i>Teste de evaluare sumativă.....</i> | <i>176</i> |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | <i>178</i> |
| Lecția 18. Proprietăți ale triunghiului isoscel | 180 |
| Lecția 19. Proprietăți ale triunghiului echilateral | 184 |
| Lecția 20. Proprietăți ale triunghiului dreptunghic | 188 |
| <i>Teste de evaluare sumativă.....</i> | <i>194</i> |
| <i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> | <i>196</i> |
| <i>Model de test pentru Evaluarea Națională.....</i> | <i>198</i> |
| MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINȚELOR..... | 200 |
| TESTE DE EVALUARE FINALĂ..... | 203 |
| INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI..... | 207 |